

Določanje transformacije med triado optičnih markerjev in inercijsko merilno enoto

Janez Podobnik¹, Marko Munih¹

¹Laboratorij za robotiko
Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani
Tržaška 25, 1000 Ljubljana
E-pošta: {janezp, marko}@robo.fe.uni-lj.si

This paper presents a method for estimating the transformation between the triad of optical markers and inertial measurement unit that contains a gyroscope. To estimate the orientation between the triad and the inertial measurement unit it is necessary to know the reference orientation, which is calculated from the triad of markers. Rotational velocity is then calculated from the reference orientation, which is then compared with the velocity measured by the gyroscope. The orientation between the triad and the inertial measurement is then determined using linear and nonlinear least squares methods.

1 Uvod

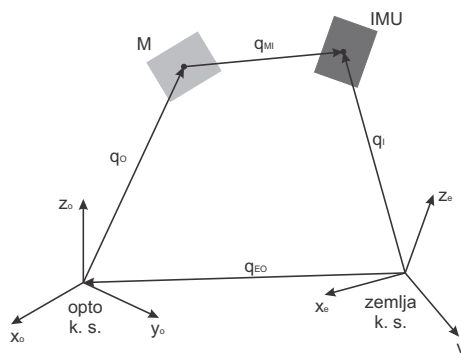
Inercijske merilne enote se uporabljajo za merjenje orientacije objektov na katere so pritrjeni. Zaradi nizke cene in majhnosti postajajo vedno bolj zanimivi za določanje gibanja pri človeku in stroju [1]. Inercijske enote so običajno sestavljene iz triosnega žiroskopa, ki meri rotacijsko hitrost, ter triosnega pospeškometra. Izhodi iz sensorjev omogočajo izračun orientacije s pomočjo različnih algoritmov senzorne fuzije [2, 3]. Inercijske merilne enote imajo v primerjavi z drugimi sistemi za merjenje orientacije objektov, kot so optičnimi sistemi z markerji, številne prednosti, pravtako pa tudi pomankljivosti. Predvsem je prednost inercijskih enot enostavna namestitvev in uporaba, pomanjkljivost pa nižja točnost določanja orientacije. Tudi takrat, ko je enostavnost uporabe in namestitve bolj pomembna kot točnost določanja orientacije, se poskuša točnost izboljšati z različnimi metodami senzorne fuzije [4]. Običajno to zahteve testiranje različnih algoritmov z različnimi nastavitvami, pri čemer je seveda potrebno rezultat primerjati z bolj točnimi referenčnimi meritvami, ki jih omogočajo optični merilni sistemi z markerji [5]. Cilj je torej objektivno oceniti kvaliteto in točnost meritev, ki jih dobimo s pomočjo inercijskih sensorjev in algoritmov senzorne fuzije. Ker se uporabljata dva različna merilna sistema, ki imata vsak svojo orientacijo sensorjev glede na merjeni objekt, na katerega so senzori pritrjeni, je potrebno poiskati ustrezno vmesno transformacijo, sicer bo na oceno točnosti meritev z inercijsko enoto vplivala tudi točnost ocene medsebojnih transformacij med obema merilnima sistemoma.

Prispevek bo predstavil algoritme za določitev vme-

snih transformacij med obema merilnima sistemoma, pri čemer algoritem uporablja signale iz žiroskopa, ter orientacijo triade optičnih markerjev.

2 Metodologija

Slika 1 prikazuje medsebojno lego koordinatnih sistemov. Inercijska enota IMU in triada markerjev M so nameščeni na isti objekt, tako je medsebojna orientacija q_{MI} konstantna. Orientacija q_{MI} podaja orientacijo IMU glede na M. Orientacija q_O podaja orientacijo markerjev M glede na bazni koordinatni sistem optičnega sistema in je izračunana iz triade markerjev, orientacija q_I podaja orientacijo inercijske enote IMU glede na zemeljski koordinatni sistem.



Slika 1: Transformacije med obema sistemoma za merjenje orientacije.

Zanima nas določitev transformacije q_{MI} , ki podaja orientacijo inercijske enote IMU glede na markerje M. V osnovi bo algoritem za določitev transformacije q_{MI} iskal vmesno transformacijo med odvodom kvaterniona orientacije q_O in meritvami z žiroskopa, ki je sestavni del inercijske enote. Algoritem lahko povzamemo z naslednjimi koraki:

- Numerično odvajanje kvaterniona orientacije q_O , ki podaja orientacijo markerjev v baznem koordinatnem sistemu optičnega sistema. Rezultat je rotacijska hitrost ω_O v koordinatnem sistemu triade markerjev.
- Z linearno metodo najmanjših kvadratov poiščemo neortogonalno matriko \tilde{R} , ki preslika signale žiro-

skopov v prostor rotacijske hitrosti triade markerjev.

- Izračunamo enotski kvaternion orientacije $q_{MI,0}$ iz neortogonalne matrike \tilde{R}_{MI} .
- S pomočjo nelinearne Gauss-Newtonove metode najmanjših kvadratov poiščemo transformacijo q_{MI} , ki podajaj orientacijo IMU enote glede na triado markerjev M.

2.1 Numerični izračun rotacijskih hitrosti iz orientacije q_O

Diskretni model [6], ki opisuje integracijo rotacijske hitrost v enotski kvaternion q_{k+1} , je zapisan z enačbo

$$q_{k+1} = \exp(\Omega \Delta t) \cdot q_k \quad (1)$$

Eksponentno funkcijo $\exp(\Omega \Delta t)$ rotacijske hitrosti je mogoče s Taylorjevo vrsto razširiti v

$$\exp(\Omega \Delta t) = I + \Omega \Delta t + \frac{1}{2}(\Omega \Delta t)^2 + \dots, \quad (2)$$

za nadaljno izpeljavo zanemarimo kvadratične in višje člene:

$$\exp(\Omega \Delta t) \approx I + \Omega \Delta t, \quad (3)$$

kjer je q_{k+1} kvaternion ob času t_k , Δt je časovni korak integracije, Ω je poševno simetrična matrika rotacijske hitrosti ω :

$$\Omega = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y & \omega_x \\ \omega_z & 0 & -\omega_x & \omega_y \\ -\omega_y & \omega_x & 0 & \omega_z \\ -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Z preureditvijo enačbe (1) lahko izračunamo rotacijsko hitrost ω_O iz znanega zaporedja kvaternionov $q_{O,k}$, ki opisujejo orientacijo triade markerjev.

$$q_{O,k+1} = (I + \Omega_O \Delta t) \cdot q_{O,k} \quad (5)$$

$$q_{O,k+1} = q_{O,k} + \Delta t \Omega_O \cdot q_{O,k} \quad (6)$$

$$q_{O,k+1} - q_{O,k} = \Delta t \Omega_O \cdot q_{O,k} \quad (7)$$

$$\frac{1}{\Delta t}(q_{O,k+1} - q_{O,k}) = \Omega_O \cdot q_{O,k} \quad (8)$$

$$\frac{1}{\Delta t}(q_{O,k+1} - q_{O,k}) \otimes q_{O,k}^* = \Omega_O \cdot (q_{O,k} \otimes q_{O,k}^{-1}) \quad (9)$$

$$\Omega_O = \frac{1}{\Delta t}(q_{O,k+1} - q_{O,k}) \otimes q_{O,k}^{-1} \quad (10)$$

Kvaternion $q_{O,k}^*$ je konjugiran kvaternion $q_{O,k}$, operator \otimes pa je operator kvaternionskega množenja. Iz matrike Ω_O razporedimo posamezne komponente rotacijske hitrosti v vektor rotacijske hitrosti ω_O .

2.2 Iskanje orientacije med triado markerjev in inercialno enoto

Transformacijo med rotacijsko hitrostjo izračunano iz orientacije iz triade markerjev in izmerjeno rotacijsko hitrostjo iz žiroskopa na IMU enoti:

$$\omega_O = R_{MI}^T(\omega_g - b), \quad (11)$$

pri čemer velja $R_{MI}^T \cdot R_{MI} = I$,

s preureditvijo dobimo:

$$\omega_g = R_{MI} \cdot \omega_O + b, \quad (12)$$

kjer je matrika R_{MI} ortogonalna matrika, ki predstavlja orientacijo q_{MI} , vektor b pa ničelni odmik (ang. *gyro bias*) senzorja žiroskopa po vseh treh oseh. Sedaj v prvem koraku zanemarimo pogoj, da je matrika R_{MI} ortogonalna matrika, in poiščimo matriko \tilde{R}_{MI} , ki predstavlja splošno linearno transformacijo med ω_O ter $\omega_g - b$:

$$\omega_g = \tilde{R}_{MI} \cdot \omega_O + b. \quad (13)$$

Ker za matriko \tilde{R}_{MI} torej v splošnem ne velja pogoj, da je ortogonalna, jo lahko poiščemo z navadno linearno metodo najmanjših kvadratov. Enačbo (13) zapišemo za i -ti časovni korak

$$\omega_{g,k} = \begin{bmatrix} \tilde{r}_{11} & \tilde{r}_{12} & \tilde{r}_{13} \\ \tilde{r}_{21} & \tilde{r}_{22} & \tilde{r}_{23} \\ \tilde{r}_{31} & \tilde{r}_{32} & \tilde{r}_{33} \end{bmatrix} \cdot \omega_{O,k} + \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}, \quad (14)$$

kjer so parametri, ki nas zanimajo \tilde{r}_{ij} ter $b_{x,y,z}$. Zapišemo jih v vektor P

$$P = [\tilde{r}_{11} \tilde{r}_{12} \tilde{r}_{13} \tilde{r}_{21} \tilde{r}_{22} \tilde{r}_{23} \tilde{r}_{31} \tilde{r}_{32} \tilde{r}_{33} b_x b_y b_z]^T, \quad (15)$$

ter preuredimo enačbo (14) v

$$\omega_{g,k} = \begin{bmatrix} \omega_{O,k}^T & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & \\ 0_{1 \times 3} & \omega_{O,k}^T & 0_{1 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & \omega_{O,k}^T & \\ & & & \end{bmatrix} \cdot P, \quad (16)$$

kjer je $0_{1 \times 3}$ vrstični vektor treh ničel, matrika $I_{3 \times 3}$ pa enotska matrika.

Sedaj zapišemo matrike za celoten signal za $k = 1 \dots N$

$$\begin{bmatrix} \omega_{g,1} \\ \vdots \\ \omega_{g,k} \\ \vdots \\ \omega_{g,N} \end{bmatrix} = \Upsilon = \begin{bmatrix} \omega_{O,1}^T & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & \\ 0_{1 \times 3} & \omega_{O,1}^T & 0_{1 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & \omega_{O,1}^T & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \omega_{O,i}^T & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & \\ 0_{1 \times 3} & \omega_{O,i}^T & 0_{1 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & \omega_{O,i}^T & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \omega_{O,N}^T & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & \\ 0_{1 \times 3} & \omega_{O,N}^T & 0_{1 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & \omega_{O,N}^T & \end{bmatrix} \cdot P = \Xi \cdot P, \quad (17)$$

kjer je vektor Υ stolpični vektor velikosti $(3 \cdot N) \times 1$, ki vsebuje vrednosti rotacijske hitrosti iz žiroskopa, matrika Ξ je velikosti $(3 \cdot N) \times 12$ in vsebuje rotacijske hitrosti iz triade markerjev. Z ustrezno prerazporeditvijo enačb pridemo do izraza za izračun vektorja P :

$$\Upsilon = \Xi \cdot P \quad (18)$$

$$\Xi^T \Upsilon = \Xi^T \Xi \cdot P \quad (19)$$

$$P = (\Xi^T \Xi)^{-1} \Xi^T \Upsilon \quad (20)$$

Pri tej metodi se lahko pojavijo numerični problemi z invertibilnostjo matrike $\Xi^T \Xi$. Če so vrednosti signala $\omega_{O,i}^T$ v vsaj eni komponenti nič, potem ima matrika $\Xi^T \Xi$

rang manjši od 12 in inverz matrike ne obstaja. Podobno lahko pri vrednostih $\omega_{O,i}^T$ blizu nič, kjer signal tvori samo šum, matrika $\Xi^T \Xi$ postane slabo pogojena. Jasno je torej, da mora signal $\omega_{O,i}^T$ vsebovati potrebno količino informacije, da lahko izračunamo parametre \tilde{r}_{ij} .

Parametri \tilde{r}_{ij} še ne tvorijo ortogonalne rotacijske matrike, ki jo potrebujemo za pravilni preračun transformacije, temveč gre za splošno linerano transformacijo. Potrebno je torej poiskati ustrezno transformacijo, ki je najbližja splošni linearni transformaciji, ki jo podajajo parametri \tilde{r}_{ij} in izpolnjuje pogoj homogene transformacije. Bar-Itzhack [7] je izpeljal obrazec za izračun enotskega kvaterniona iz splošne linearne transformacije. V prvem koraku je potrebno iz parametrov \tilde{r}_{ij} zgraditi matriko K

$$K = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \tilde{r}_{11} + \tilde{r}_{22} + \tilde{r}_{33} & \tilde{r}_{23} - \tilde{r}_{32} & \tilde{r}_{31} - \tilde{r}_{13} & \tilde{r}_{12} - \tilde{r}_{21} \\ \tilde{r}_{23} - \tilde{r}_{32} & \tilde{r}_{11} - \tilde{r}_{22} - \tilde{r}_{33} & \tilde{r}_{21} + \tilde{r}_{12} & \tilde{r}_{31} + \tilde{r}_{13} \\ \tilde{r}_{31} - \tilde{r}_{13} & \tilde{r}_{21} + \tilde{r}_{12} & \tilde{r}_{22} - \tilde{r}_{11} - \tilde{r}_{33} & \tilde{r}_{23} + \tilde{r}_{32} \\ \tilde{r}_{12} - \tilde{r}_{21} & \tilde{r}_{31} + \tilde{r}_{13} & \tilde{r}_{23} + \tilde{r}_{32} & \tilde{r}_{33} - \tilde{r}_{22} - \tilde{r}_{11} \end{bmatrix} \quad (21)$$

S pomočjo postopka za določanje lastnih vrednosti in lastnih vektorjev se določi lastni vektor, ki pripada največji lastni vrednosti matrike K . Ta lastni vektor je iskani enotski kvaternion, ki predstavlja orientacijo med obema setoma meritev. Na ta način smo prišli do ustrezne začetne vrednosti orientacije, ki jo je potrebno v naslednjem koraku izboljšati s pomočjo postopka nelinearne metode najmanjših kvadratov. Ustrezno transformacijo torej zapišemo na sledeči način:

$$\begin{aligned} \omega_g &= R_{MI} \cdot \omega_O + b = \\ &= Im[q_{MI} \otimes [\omega_O] \otimes q_{MI}^*] + b \end{aligned} \quad (22)$$

Z nelinearno metodo najmanjših kvadratov bomo minimizirali funkcijo $F(q_{\Delta}, b)$, kar formalno zapišemo z:

$$\min_{q_{\Delta} \in \mathbb{R}^3, b \in \mathbb{R}^3} \{F(q_{\Delta}, b) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N f_k(q_{\Delta}, b)^2\}, \quad (23)$$

$$\text{kjer je } f_k(q_{\Delta}, b) =$$

$$\omega_{g,k} - Im[q_{\Delta} \otimes q_{MI,i} \otimes [\omega_{O,k}] \otimes q_{MI,i}^* \otimes q_{\Delta}^*] - b_i, \quad (24)$$

v i -ti iteraciji. Začetne vrednosti so vrednosti kvaterniona $q_{MI,0}$ in ničelnega odmika b_0 , ki jih izračunamo s pomočjo linearne metode najmanjših kvadratov opisane zgoraj. Enotski kvaternion q_{Δ} je funkcija treh parametrov $q_{\Delta,x}$, $q_{\Delta,y}$ ter $q_{\Delta,z}$, ki nas zanimajo. Ničelni odmik b je sestavljen iz ničelnih odklikov po vseh treh oseh.

$$\begin{aligned} q_{\Delta} &= [\cos(q_{\Delta,x}), \sin(q_{\Delta,x}), 0, 0] \otimes \\ &[\cos(q_{\Delta,y}), 0, \sin(q_{\Delta,y}), 0] \otimes \\ &[\cos(q_{\Delta,z}), 0, 0, \sin(q_{\Delta,z})] \\ b &= [b_x \ b_y \ b_z]^T \end{aligned} \quad (25)$$

Iskani parametri minimizacije so torej parametri $[q_{\Delta,x} \ q_{\Delta,y} \ q_{\Delta,z} \ b_x \ b_y \ b_z]$. Parametri q_{Δ} so Eulerjevi parametri, ki predstavljajo rotacije okoli posameznih oseh x, y, z . Prednost uporabe treh Eulerjevih parametrov sta predvsem dve: 1.) kvaternion q_{Δ} je vedno enotski kvaternion, 2.) ni potrebno uporabiti metod optimizacije z omejitvami (ang. *constrained optimization*).

Ima pa uporaba Eulerjevih parametrov veliko pomanjkljivost. Parametrizacija z Eulerjevimi parametri $[q_{\Delta,1} \ q_{\Delta,2} \ q_{\Delta,3}]$ preslika vektor parametrov, ki so definirani v \mathbb{R}^3 , v prostor posebne ortogonalne grupe $SO(3)$, ki pa ni izomorfna glede na vektorski prostor \mathbb{R}^3 . Posledica tega je kopica anomalij pri nekaterih kombinacijah parametrov, med anomalijami so najbolj moteče singularnosti [8]. To bomo reševali v dveh korakih. Prvi korak, bolj preprost, je iskanje začetne vrednosti optimizacije, ki je že dovolj blizu končne rešitve iteracije. To je rešeno s pomočjo linearne metode najmanjših kvadratov, ki je bila opisana zgoraj. Drugi korak pa je iterativno iskanje končne rešitve z inkrementalnimi koraki v tangencialnem prostoru na $SO(3)$ grupo [9]. Drugi korak bo izveden s pomočjo nelinearne metode najmanjših korakov, ki jo bomo opisali v nadaljevanju.

Izračunajmo najprej Jacobijevo matriko $J_k(q_{\Delta}, b)$ za funkcijo $f_k(q_{\Delta}, b)$:

$$J_k(q_{\Delta}, b) = [J_{q_{\Delta}} \ J_b] = \left[\frac{\partial f_k(q_{\Delta}, b)}{\partial q_{\Delta,k}}, \frac{\partial f_k(q_{\Delta}, b)}{\partial b_k} \right] \quad (26)$$

Jacobijeva matrika $J_k(q_{\Delta}, b)$ je velikosti 3×6 . Sedaj sestavimo vse Jacobijeve matrike $J_k(q_{\Delta}, b)$ za $k = 1 \dots N$, kjer je N dolžina signala, v eno Jacobijevo matriko $J(q_{\Delta}, b)$ velikosti $(3 \cdot N) \times 6$.

$$J(q_{\Delta}, b) = \begin{bmatrix} J_1(q_{\Delta}, b) \\ \vdots \\ J_k(q_{\Delta}, b) \\ \vdots \\ J_N(q_{\Delta}, b) \end{bmatrix} \quad (27)$$

S pomočjo Gauss-Newtonove iteracijske metode bomo poiskali naslednjo vrednost parametrov $[q_{\Delta}, b]$, ki minimizirajo funkcijo $F(q_{\Delta}, b)$:

$$\begin{bmatrix} q_{\Delta,i+1} \\ b_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{\Delta,i} \\ b_i \end{bmatrix} - H(q_{\Delta,i}, b_i)^{-1} J(q_{\Delta,i}, b_i) \mathbf{f}(q_{\Delta,i}, b_i), \quad (28)$$

kjer je H Hessova matrika, katere približek lahko določimo iz Jacobijeve matrike, če zanemarimo odvode drugega reda funkcije $f_k(q_{\Delta}, b)$ po parametrih.

$$H(q_{\Delta,i}, b_i) \approx J(q_{\Delta,i}, b_i)^T J(q_{\Delta,i}, b_i). \quad (29)$$

Funkcijo $\mathbf{f}(q_{\Delta,i}, b_i)$ dobimo kot vektor sestavljen iz funkcij $f_k(q_{\Delta}, b)$ za $k = 1 \dots N$, kjer je N dolžina signala:

$$\mathbf{f}(q_{\Delta,i}, b_i) = \mathbf{f}_i = \begin{bmatrix} f_1(q_{\Delta,i}, b_i) \\ \vdots \\ f_k(q_{\Delta,i}, b_i) \\ \vdots \\ f_N(q_{\Delta,i}, b_i) \end{bmatrix} \quad (30)$$

Funkcija $\mathbf{f}(q_{\Delta,i}, b_i)$ je vektor velikosti $(3 \cdot N) \times 1$.

V začetku vsake iteracije postavimo vrednosti parametrov $q_{\Delta,i}$ na 0. Zapišemo sedaj Jacobijevo matriko $J(0, b_i)$ kot J_i . Po enem koraku iteracije Gauss-Newtonove metode izračunamo vrednosti parametrov, ki minimizirajo kriterijsko funkcijo (23):

$$\begin{bmatrix} q_{\Delta,i+1} \\ b_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ b_i \end{bmatrix} - (J_i^T J_i)^{-1} J_i \mathbf{f}_i, \quad (31)$$

Podobno kot pri matriki $\Xi^T \Xi$ se pri matriki $J_i^T J_i$ pojavijo problemi s slabo pogojenostjo, če sta vrednosti signala $\omega_{O,i}^T$ v dveh komponenti enaki nič, saj ima potem matrika $J_i^T J_i$ rang manjši od 6 in inverz ne obstaja. Spet je torej jasno, da mora signal $\omega_{O,i}^T$ vsebovati potrebno količino informacije.

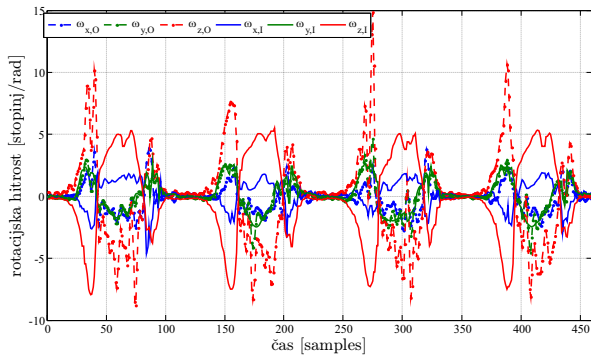
Takoj zatem lahko končno izračunamo vrednost kvaterniona orientacije za i -to iteracijo:

$$q_{i+1} = q_{\Delta,i+1} \otimes q_i. \quad (32)$$

Tak pristop nam omogoča, da že v nekaj iteracijah poiščemo kvaternion orientacije Q_{MI} ter ničelni odklik b sensorja žiroskopa za vse tri osi.

3 Rezultati

Naslednji del prikazuje primer iskanja željene transformacije na podlagi signalov pridobljenih med hojo. Slika 2 prikazuje signali iz žiroskopa (polna črta) in iz odvoda orientacije triade markerjev (črtkana črta) med hojo.

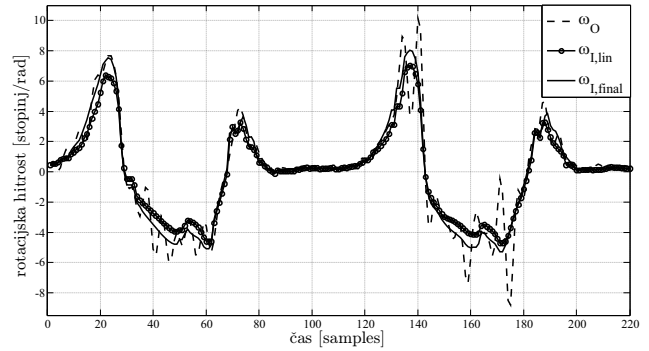


Slika 2: Signali iz žiroskopa (polna črta) in iz odvoda orientacije triade markerjev (črtkana črta).

Slika 3 prikazuje trojico signalov v z -osi triade markerjev. Signal ω_O je izračunan s pomočjo odvajanja orientacije triade markerjev. Signal $\omega_{I,lin}$ je signal žiroskopa pomnožen s transformacijo določeno s pomočjo linearne metode najmanjših kvadratov, ki je vmesni korak pri določanju najboljše ocene orientacije. Povprečna napaka med ω_O in $\omega_{I,lin}$ je 0.2 stopinj/rad. Vrednost kvaterniona transformacije je $Q_{MI} = [0.2854, -0.0071, 0.9583, -0.0111]$. Signal $\omega_{I,final}$ pa je končni rezultat pridobljen z metodo nelinearnih najmanjših kvadratov, ki uporablja oceno pridobljeno s pomočjo linearne metode najmanjših kvadratov za začetno vrednost estimacije najboljše ocene transformacije med triado markerjev in inercialno enoto. Končna povprečna napaka med ω_O in $\omega_{I,final}$ je 0.1 stopinj/rad. Končna vrednost kvaterniona transformacije je $Q_{MI} = [-0.0076, 0.0234, 0.9997, 0.0036]$.

4 Zaključek

V prispevku je predstavljena metoda za iskanje transformacije med triado optičnih markerjev ter inercialno merilno enoto, ki vsebuje žiroskop. Za iskanje transformacije je potrebno poznati referenčno orientacijo, ki jo izračunamo iz triade markerjev. Iz referenčne orientacije se določi referenčno rotacijsko hitrost, ki jo nato primerjamo s hitrostjo izmerjeno s pomočjo žiroskopa in



Slika 3: Transformacije med obema sistemoma za merjenje orientacije.

poiščemo medsebojno orientacijo med triado markerjev in inercialno merilno enoto s pomočjo linearne in nelinearne metode najmanjših kvadratov.

Literatura

- [1] T. Beravs, P. Reberšek, D. Novak, J. Podobnik, M. Munih. Development and validation of a wearable inertial measurement system for use with lower limb exoskeletons. V: 2011 11th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, October 26 - 28, 2011, Bled, Slovenia. Humanoids 2011. Danvers: IEEE, 2011, str. 212-217.
- [2] JHM. Bergmann, RE. Mayagoitia and ICH. Smith. A portable system for collecting anatomical joint angles during stair ascent: a comparison with an optical tracking device. Dynamic Medicine. Vol. 8, No. 3, 2009.
- [3] D. Novak, P. Reberšek, SMM. De Rossi, M. Donati, J. Podobnik, T. Beravs, T. Lenzi, N. Vitiello, MC. Carrozza, M. Munih. Automated detection of gait initiation and termination using wearable sensors. Medical engineering & physics. 2013, str. 1-8.
- [4] S. Šlajpah, R. Kamnik, M. Munih. Kinematics based sensory fusion for wearable motion assessment in human walking. Computer Methods and Programs in Biomedicine, 2014.
- [5] J. Chardonens, J. Favre, K. Aminian. An effortless procedure to align the local frame of an inertial measurement unit to the local frame of another motion capture system. Journal of Biomechanics. Vol. 45, No. 13, 2012, str. 2297-2300.
- [6] P. Betsch, R. Siebert. Rigid body dynamics in terms of quaternions: Hamiltonian formulation and conserving numerical integration. International Journal for Numerical Methods in Engineering. Vol. 79, No. 4, str. 444-473, 2009.
- [7] IY. Bar-Itzhack. New method for extracting the quaternion from a rotation matrix. AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics. Vol. 23, No. 6, 2000, str. 1085-1087.
- [8] CJ. Taylor, DJ. Kriegman. Minimization on the Lie Group $SO(3)$ and Related Manifolds. Yale University, Technical Report No. 9405. April, 1994.
- [9] A. Ude. Nonlinear least squares optimisation of uit quaternion functions for pose estimation from corresponding feature. V: 14th International Conference on Pattern Recognition, August 16-20, 1998, Brisbane, Australia. IEEE Computer Society, cop. 1998, str. 425-427.