Robustno položajno vodenje dvoprostostnega translacijskega paralelnega manipulatorja po metodi drsnega režima

Aleš Hace, Mitja Golob

Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Univerza v Mariboru, Slovenija
E-pošta: ales.hace@um.si, mitja.golob@um.si

Robust position control of a 2-DOF translational parallel manipulator derived by the sliding mode approach

This paper describes the robust position control of the 2-DOF parallel robotic manipulator driven by two linear motors. The paper also shortly presents the kinematic and dynamic analysis of the parallel manipulator. The control algorithm is derived by the sliding mode control approach, which guarantees robustness to system disturbance. The system discussed has been tested by a simulation model.

1 Uvod

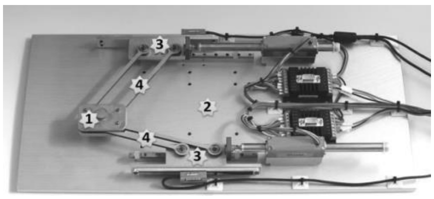
Industrijski roboti so danes vključeni v najrazličnejše proizvodne naloge, ki jih opravljajo izredno hitro in z veliko natančnostjo, kar posledično pomeni, da roboti izvajajo tudi vedno bolj zahtevna opravila. Danes se pri aplikacijah, ki zahtevajo hitre in natančne gibe vse bolj uveljavljajo paralelni manipulatorji, ki napram serijskim manipulatorjem omogočajo večje hitrosti in visoko natančnost, saj jih odlikuje velika mehanska togost, velika nosilnost, odlične dinamične lastnosti itd. Zasledimo jih pri manipulacijah tipa "poberi-in-odloži", visoko-hitrostni obdelavi različnih materialov, v polprevodniški industriji, pri medicinskih aplikacijah itd. Vendar pa imajo paralelni manipulatorji razen teh prednosti tudi nekatere slabosti, kot so relativno majhen delovni prostor, velik vpliv sklopljenosti med osmi manipulatorja preko zaprtih kinematičnih verig, kinematične singularnosti itd., kar posledično predstavlja velik izziv pri izvedbi učinkovitega vodenja. Ena izmed splošno znanih rešitev je kompenzacija nelinearnih sklopljenosti med osmi manipulatorja s pomočjo dinamične analize in uporabo inverznega dinamičnega modela.

S kombinacijo prednosti paralelnih manipulatorjev na eni strani in prednosti linearnih motorjev na drugi strani, je mogoče doseči še dodatno izboljšanje v delovanju sistema, saj nam linearni motorji omogočajo direkten prenos gibanja (ni potrebnih dodatnih gonil, minimalni vpliv zračnosti, bistveno manjše trenje itd.), kar posledično zmanjša motnje sistema [3], [5].

V poglavju 2 bomo podali splošni opis manipulatorja. Poglavje 3 na kratko predstavlja kinematično analizo, poglavje 4 pa dinamično analizo planarnega paralelnega manipulatorja z dvema translacijskima prostostnima stopnjama. V poglavju 5 bomo predstavili robustni položajni regulacijski algoritem, ki je izpeljan po postopku vodenja v drsnem režimu. Na koncu so podani simulacijski rezultati.

2 Opis manipulatorja

Eksperimentalni sistem na sliki 1 predstavlja dvoprostostni (2-DOF) planarni paralelni manipulator, ki je aktivno gnan s pomočjo dveh linearnih motorjev (Faulhaber Quickshaft LM2070-080-01).



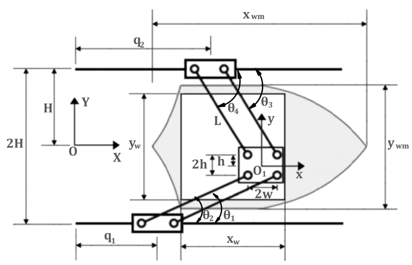
Slika 1: Zgradba paralelnega manipulatorja.

Sestavljen je iz premikajoče ploščadi (1), podlage (2) in dveh translacijskih sklepov oziroma drsnikov (3), ki sta medsebojno nameščena paralelno. Premikajoča ploščad je povezana s translacijskima sklepoma preko dveh identičnih kinematičnih verig oz. štirih povezovalnih členov (4), ki tvorijo paralelogramsko strukturo manipulatorja, s čimer je orientacija premikajoče ploščadi enolično določena [1], [2].

3 Kinematična analiza

3.1 Položajna analiza

Kinematična struktura oziroma shematski prikaz obravnavanega manipulatorja je prikazana na sliki (2).



Slika 2: Shematski prikaz paralelnega manipulatorja.

V praktičnih aplikacijah je običajno delovno območje definirano kot območje pravokotne oblike (območje dimenzije $x_w \times y_w$), ki se nahaja znotraj dosegljivega delovnega območja (območje dimenzije $x_{wm} \times y_{wm}$). Referenčni koordinatni sistem O je pritrjen na podlago, medtem ko je koordinatni sistem O_1 pritrjen na premikajočo ploščad. Razdalja med dvema translacijskima sklepoma je enaka *2H*. Dolžino povezovalnega člena predstavlja *L*. $q=[q_1,\ q_2]^T$ predstavlja vektor sklepnih koordinat, kjer sta q_1 in q_2 aktivno gnana s pomočjo dveh linearnih motorjev. $X=[x,\ y]^T$ predstavlja vektor položaja v zunanjih koordinatah, medtem ko $\Theta=[\Theta_1,\ \Theta_3]^T$ vektor kota zasuka pasivnih sklepov [3].

Iz slike (2) lahko zapišemo naslednji vezni enačbi (1) in (2).

$$\Gamma_1 = (x-q_1)^2 + (y-h+H)^2 - L^2 = 0 \tag{1}$$

$$\Gamma_2 = (x-q_2)^2 + (y+h-H)^2 - L^2 = 0 \tag{2}$$

Po preureditvi enačb (1) in (2), lahko zapišemo rešitev inverznega kinematičnega modela.

$$q_1 = x \pm \sqrt{L^2 - (\mathrm{y}-h+H)^2} \tag{3}$$

$$q_2 = x \pm \sqrt{L^2 - (\mathrm{y}+h-H)^2} \tag{4}$$

Zapišimo še izraz, kjer so zunanje koordinate izražene v odvisnosti od notranjih koordinat

$$y = ax+b,\ x = \frac{-d \pm \sqrt{d^2-4ce}}{2c}, \tag{5}$$

kjer so:

$$a = \frac{q_1-q_2}{2(H-h)},\ b = \frac{{q_2}^2-{q_1}^2}{4(H-h)},\ c = a^2+1,$$

$$d = 2a(b-h+H) - 2q_1 \text{ in } e = q_1^2 + (b-h+H)^2 - L^2 .$$

3.2 Hitrostna analiza

Če enačbi (1) in (2) odvajamo po času, potem sklepne hitrosti in hitrosti vrha robota povezuje enačba (6)

$$J_X \dot{X} = J_q \dot{q}, \tag{6}$$

kjer so J_X, J_q, $\dot{q} = [\dot{q}_1,\ \dot{q}_2]^T$ in $\dot{X} = [\dot{x},\ \dot{y}]^T$ direktna Jakobijeva matrika, inverzna Jakobijeva matrika, vektor sklepnih hitrosti in vektor hitrosti v zunanjih koordinatah. Sedaj lahko zapišemo še inverzno in direktno Jakobijevo matriko.

$$J_X = \begin{bmatrix} x-q_1 & y+H-h \\ x-q_2 & y-H+h \end{bmatrix} \text{ in } J_q = \begin{bmatrix} x-q_1 & 0 \\ 0 & x-q_2 \end{bmatrix} \tag{7}$$

Če inverzna Jakobijeva matrika J_q ni singularna, potem lahko sklepne hitrosti izrazimo kot

$$\dot{q} = J\dot{X}, \tag{8}$$

pri čemer velja

$$J = J_q^{-1} J_X = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{y-h+H}{\sqrt{L^2-(\mathrm{y}-h+H)^2}} \\ 1 & \dfrac{y+h-H}{\sqrt{L^2-(\mathrm{y}+h-H)^2}} \end{bmatrix}, \tag{9}$$

kjer je J Jakobijeva matrika 2-DOF paralelnega manipulatorja. V splošnem se lahko pri 2-DOF paralelnem manipulatorju kinematična singularnost pojavi v naslednjih primerih [8]. V prvem primeru kinematična singularnost nastopi, ko je determinanta inverzne Jakobijeve matrike enaka nič.

$$\det(J_q) = 0 \text{ in } \det(J_X) \neq 0 \tag{10}$$

Iz enačbe (7) in (10) je razvidno, da inverzna kinematična singularnost nastopi, ko velja $x = q_1$ ali $x = q_2$. Drugi primer kinematične singularnosti nastopi, ko je determinanta direktne Jakobijeve matrike enaka nič.

$$\det(J_q) \neq 0 \text{ in } \det(J_X) = 0 \tag{11}$$

Iz enačb (7) in (11) je razvidno, da direktna kinematična singularnost nastopi, ko velja *y=h-H* ali *y=H-h*. Iz slike 2 je razvidno, da se pri naši konfiguraciji manipulatorja direktna kinematična singularnost ne pojavi. Primer t.i. kombinirane kinematične singularnosti, ko sta determinanti J_q in J_X hkrati enaki nič, pa v našem primeru sploh ni mogoč. Pospeške v sklepih določa izraz (12)

$$\ddot{q} = J\ddot{X} + C_0\dot{X}, \tag{12}$$

kjer je

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0 & \dot{y}/L\cos^3\theta_1 \\ 0 & \dot{y}/L\cos^3\theta_3 \end{bmatrix}$$

in predstavlja sklopljenost pospeškov [5].

4 Dinamična analiza

Dinamični model 2-DOF paralelnega manipulatorja je izpeljan z uporabo Lagrangevih enačb [8]. Pri tem vpeljemo t.i. posplošene koordinate, ki poleg notranjih koordinat $q=[q_1,\ q_2]^T$ uvajajo tudi redundantne, in sicer zunanje koordinate premikajoče ploščadi $X=[x,\ y]^T$. Izhodišče v postopku izpeljave predstavlja oblikovanje Lagrangeve funkcije

$$L = T - V, \tag{13}$$

kjer so *L*, *T* in *V* Lagrangeva funkcija, kinetična in potencialna energija. Za predstavljen planarni manipulator v horizontalni XY ravnini velja, da je Lagrangeva funkcija enaka kinetični energiji (*L*=*T*),

$$
\begin{aligned}
L = & \left(\frac{1}{2}m_p + 2m_l r^2\right)\left(\dot{x}^2+\dot{y}^2\right)+\left(\frac{1}{2}m_s + m_l(1-r)^2\right) \\
& \times\left(\dot{q}_1{}^2+\dot{q}_2{}^2\right)+2m_l r\left(1-r\right)\dot{x}\left(\dot{q}_1+\dot{q}_2\right)+\ldots \\
& +\frac{I_l \dot{y}^2}{\left(x-q_1\right)^2}+\frac{I_l \dot{y}^2}{\left(x-q_2\right)^2}
\end{aligned} \qquad (14)
$$

kjer so m_p, m_l, m_s, r in I_l masa ploščadi, masa povezovalnega člena, masa drsnika, razmerje med dolžino ter težiščem povezovalnega člena in masni vztrajnostni moment povezovalnega člena.

V nadaljevanju izpeljave dinamičnega modela formuliramo Lagrangeve enačbe in Lagrangeve množitelje, tako v prostoru notranjih kot prostoru zunanjih koordinat. Dinamični model 2-DOF paralelnega manipulatorja v zunanjih koordinatah potem lahko zapišemo kot

$$\tau = J^{-T}(M\ddot{X}+C\dot{X}-F^{ext}), \qquad (15)$$

kjer so M, C in F^{ext} masna matrika, vpliv Coriolisovih sil v zunanjih koordinatah in zunanja reakcijska sila [5]. Ker gre v tem primeru za planarni manipulator v horizontalni legi, ni vpliva gravitacijskih sil. Masno matriko in vpliv Coriolisovih sil opisujeta enačbi (16) in (17),

$$M = J^T M_{21} + M_{11} + J^T M_{22} J + M_{12} J \qquad (16)$$

$$C = J^T C_{21} + C_{11} + J^T M_{22} C_0 + M_{12} C_0 \qquad (17)$$

kjer so:

$$M_{11} = \begin{bmatrix} m_p + 4m_l r^2 & 0 \\ 0 & m_p + 4m_l r^2 + \dfrac{2I_l}{(x-q_1)^2} + \dfrac{2I_l}{(x-q_2)^2} \end{bmatrix},$$

$$M_{12} = \begin{bmatrix} 2m_l r(1-r) & 2m_l r(1-r) \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ M_{21} = \begin{bmatrix} 2m_l r(1-r) & 0 \\ 2m_l r(1-r) & 0 \end{bmatrix},$$

$$M_{22} = \begin{bmatrix} m_s + 2m_l(1-r)^2 & 0 \\ 0 & m_s + 2m_l(1-r)^2 \end{bmatrix},$$

$$C_{11} = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{2I_l\dot{y}}{(x-q_1)^3} + \dfrac{2I_l\dot{y}}{(x-q_2)^3} \\ 0 & \dfrac{4I_l\dot{y}\tan\theta_1}{(x-q_1)^3} + \dfrac{4I_l\dot{y}\tan\theta_3}{(x-q_2)^3} \end{bmatrix} \text{ in } C_{21} = \begin{bmatrix} 0 & -\dfrac{2I_l\dot{y}}{(x-q_1)^3} \\ 0 & -\dfrac{2I_l\dot{y}}{(x-q_2)^3} \end{bmatrix}.$$

5 Regulacijski algoritem

Pri izpeljavi regulacijskega algoritma dinamični model razklopimo na nominalni del in motnjo

$$\bar{M}\ddot{X} = F - F^{dist}, \qquad (18)$$

kjer so $\bar{M} = diag\left(m_x,\ m_y\right)$, F in $F^{dist} = \left[F_x^{dist},\ F_y^{dist}\right]^T$ diagonalna nominalna masna matrika, vektor regulacijskega pospeška, sila vodenja in motnja. Motnje zajemajo medsebojne sklopljenosti manipulatorja ter neželene dinamične in nelinearne vplive na posamezno os.

Pri zasnovi vodenja smo izhajali iz tako imenovanega robustnega položajnega vodenja, ki je bilo izpeljano po postopku vodenja v drsnem režimu [7]. Cilj vodenja podaja enačba (19)

$$\ddot{X} + K_v \dot{X}_e + K_p X_e = 0, \qquad (19)$$

kjer so $X_e = X - X^{ref}$, K_p in K_v položajni pogrešek v zunanjih koordinatah ter diagonalni matriki položajnega in hitrostnega ojačanja. Izraz (19) zajema pozitivni konstanti K_v in K_p, s katerima oblikujemo želeno zaprto-zančno dinamično obnašanje sistema.

Z uporabo SMC (ang. Sliding Mode Control) postopka za načrtovanje regulacijskega algoritma lahko zagotovimo visoko robustnost na motnje v sistemu. V okviru postopka določimo drsno mnogoterost σ=0, kjer je gibanje sistema asimptotično stabilno in neodvisno od motenj. Cilj takšnega vodenja je torej izpeljati takšen regulacijski izhod u, ki omeji gibanje sistema na želeno drsno mnogoterost. Tipično se vodenje $u=\{u^-,\ u^+\}$ določi glede na t.i. preklopno funkcijo σ tako, da velja relacija $u^- < u_{eq} < u^+$, kjer sta u^- in u^+ zvezni funkciji stanj sistema in ekvivalentno vodenje se lahko izpelje iz podanega pogoja $\dot{\sigma}\big|_{\sigma=0} = 0$.

Preklopno vodenje pa je v realnih mehatronskih sistemih nezaželeno, saj povzroča t.i. drhtenje, zato se v praktičnih aplikacijah nadomesti z zvezno obliko. V našem primeru preklopno funkcijo izberemo na podlagi želene dinamike (20).

$$\sigma = \ddot{X} + K_v \dot{X}_e + K_p X_e \qquad (20)$$

V nadaljevanju tega SMC postopka je zakon vodenja izpeljan z uporabo zahteve $\dot{\sigma} = -D\sigma$ in z nadaljno preureditvijo enačb tako, da pospešek ni potreben za izračun regulacijskega algoritma. Zakon vodenja je podan z izrazom (21),

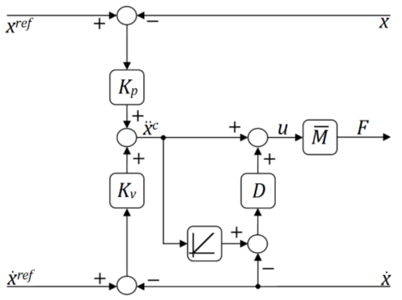
$$
\begin{aligned}
F &= \bar{M}u \\
u &= \ddot{X}^c + D\left(\int \ddot{X}^c dt - \dot{X}\right)
\end{aligned} \qquad (21)
$$

kjer sta $\ddot{X}^c = K_v \dot{x}_e + K_p x_e$, D regulacijski pospešek in koeficient robustnosti. Prispevek $D(\int \ddot{X}^c dt - \dot{X})$ se nanaša na estimacijo motenj, ki estimira večji del neznane dinamike. Prispevek kompenzira nemodelirano dinamiko, kot je trenje, modelne netočnosti, dinamike višjega reda itd.

Nominalno masno matriko 2-DOF paralelnega manipulatorja v poenostavljeni obliki lahko izrazimo kot

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} m_p + 2m_s + 4m_l & 0 \\ 0 & 4m_l r^2 + m_p \end{bmatrix}, \qquad (22)$$

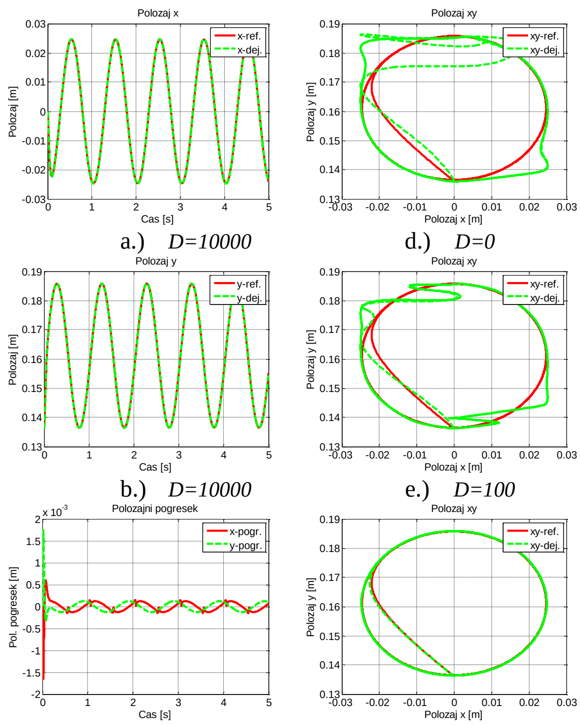
pri tem smo v izrazu (22) zanemarili variabilni del, medtem ko konstantni del ohranimo. Slika 3 prikazuje blokovno shemo robustnega položajnega vodenja.



Slika 3: Robustno položajno vodenje v zunanjih koordinatah.

6 Simulacijski rezultati

Predhodno opisan algoritem vodenja je bil verificiran s simulacijskim modelom v programskem paketu MATLAB/Simulink. Simulacijski rezultati so razporejeni v štiri odzive, in sicer prikazujejo: *a.)* referenčni in dejanski položaj v *x* smeri, *b.)* referenčni in dejanski položaj v *y* smeri, *c.)* položajni pogrešek v *x* in *y* smeri ter *d.)-f.)* referenčni in dejanski položaj v *xy* ravnini, pri različnih vrednostih koeficienta robustnosti *D*. Uporabljeni parametri so prikazani v Tabeli 1.



a.) *D=10000* d.) *D=0*

b.) *D=10000* e.) *D=100*

c.) *D=10000* f.) *D=10000*

Slika 4: Simulacijski rezultati.

Tabela 1. Parametri manipulatorja in regulatorja.

Parameter	**Vrednost**
Masa m_x	0.240 (*kg*)
Masa m_y	0.660 (*kg*)
Koeficient robustnosti *D*	0-10000 (*1/s*)
Položajno ojačanje K_p	10000 ($1/s^2$)
Hitrostno ojačanje K_v	200 (*1/s*)
Perioda vzorčenja T_s	1 (*ms*)

S pomočjo K_p in K_v oblikujemo dinamično obnašanje sistema drugega reda s katerim modeliramo odziv položajnega pogreška na drsni mnogoterosti $\sigma=0$. Parameter *D* zagotavlja robustnost na motnje in konvergenco k drsni mnogoterosti $\sigma=0$. Opazimo lahko, da je položajno sledenje močno odvisno od izbire vrednosti parametra *D*. Iz rezultatov je razvidno, da dovolj velik parameter *D* zagotavlja dobro položajno sledenje (slike 3a-c, 3f), medtem ko se pri manjšem parametru *D* položajni pogrešek poveča (sliki 3d-e).

7 Zaključek

V prispevku smo predstavili 2-DOF planarni paralelni manipulator z linearnimi motorji, kinematični in dinamični model, ter izpeljali robustni regulacijski algoritem za položajno vodenje v zunanjih koordinatah. Regulacijski algoritem je bil izpeljan po metodi vodenja v drsnem režimu. Predlagan regulacijski algoritem vodenja tako ne potrebuje kompleksnega nelinearnega dinamičnega modela in je za razliko od vodenja po metodi izračunanega navora z inverznim dinamičnim modelom s tem tudi bistveno bolj preprost. Takšna oblika regulacijske sheme je računsko bistveno manj zahtevna in zato bolj primerna za implementacijo na FPGA vezju [4], s čimer lahko dosežemo bistveno višjo frekvenco izvajanja algoritma vodenja, kar je potrebno za izvedbo toge regulacijske zanke [6]. Simulacijski rezultati so pokazali robustno stabilnost položajnega vodenja ob primerno izbranih regulacijskih parametrih.

Literatura

[1] B. Lorbek, "Bilateralno teleoperiranje laboratorijskega paralelnega robotskega mehanizma z linearnimi motorji", magistrsko delo, Univerza v Mariboru, 2013.

[2] M. Golob, "Bilateralno teleoperiranje robota Parman", magistrsko delo, Univerza v Mariboru, 2013.

[3] W. Jun, L. Tiemin, L. Xinjun, W. Liping, "Optimal Kinematic Design of a 2-DOF Planar Parallel Manipulator", Tsinghua Science & Technology, vol. 12, Issue 3, pp. 269-275, Elsevier, June 2007.

[4] M. Franc, A. Hace, "A Study on the FPGA Implementation of the Bilateral Control Algorithm Towards Haptic Teleoperation", Automatika, vol. 54, no. 1, pp. 49-61, 2013.

[5] G. Zang, J. Wu, P. Liu, H. Ding, "Dynamic analysis and model-based feedforward control of a 2-DOF translational parallel manipulator driven by linear motors", Industrial Robot 40, Issue 6, pp. 597-609, 2013.

[6] A. Hace, M. Franc, "FPGA Implementation of Sliding Mode Control Algorithm for Scaled Bilateral Teleoperation", IEEE Trans. Industrial Informatics, vol. 9, Issue 3, pp. 1291-1300, Aug. 2013.

[7] A. Hace, M. Franc, "Robust Control for Haptic-Based Robotic Teleoperation", Rom. J. Techn. Sci. – Appl. Mech., vol. 58, no. 1-2, pp. 125-148, Bucharest, 2013.

[8] Lung-Wen Tsai, "Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators", Wiley, John & Sons, Inc., New York, February 1999.