Modeliranje, simulacija in vodenje žerjava na vozičku

Marko Hančič, Gorazd Karer, Igor Škrjanc
Fakulteta za elektrotehniko, UL
Tržaška 25, 1000 Ljubljana
E-pošta: markohancic@gmail.com, gorazd.karer@fe.uni-lj.si, igor.skrjanc@fe.uni-lj.si

Modelling, simulation and control of a gantry crane

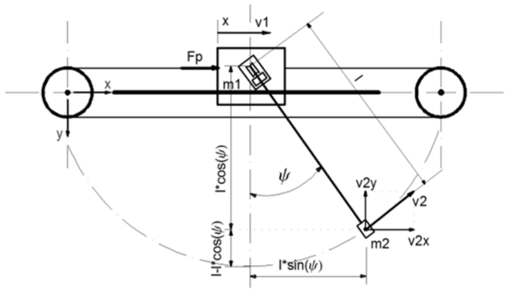
This paper is focused on modelling, simulation and validation of mathematical model by comparison to a real system. A Lagrangian modelling method is presented to define a mathematical model of a gantry crane. Using Matlab - Simulink we have simulated, adjusted and validated the model with experiments on the laboratory pilot plant. The agreement between simulated and measured responses was good. We have obtained a good description of real system behavior with our nonlinear model. Using our model we developed a fuzzy controller for controlling load position (x) and load height (y). The obtained controller was tuned and tested on the laboratory pilot plant.

1 Uvod

Pri vsakdanjem delu se pogostokrat srečujemo s problemom vodenja procesov. Pri procesih kompleksnejšega značaja, ki so zahtevni in nevarni za vodenje, si pri načrtovanju vodenja pomagamo z opisom tega procesa v obliki modela. Pri tej nalogi smo obravnavali sistem žerjava na vozičku. Za namene vodenja in preizkušanja lastnosti žerjava na vozičku smo sistem opisali z matematičnim modelom, izdelali simulator naprave ter načrtali vodenje z mehkim regulatorjem.

2 Opis naprave

Žerjav na vozičku - AMIRA PS 600 Loading bridge (slika 1) sestoji iz zaščitnega aluminijastega ohišja. V ohišju se nahaja tračnica z vodilom, na kateri se levo in desno lahko premika voziček v dolžini približno 1,5 m. Na voziček je pritrjen vitel, namenjen dviganju in spuščanju bremena, obešenega na vrvici. Vrvica je preko škripca in vodila speljana iz fiksnega dela naprave. Dolžino vrvice ter odklon vrvice od navpičnice merita dva inkrementalna enkoderja, z inkrementalnim enkoderjem pa se meri tudi položaj vozička na tračnici [3].



Slika 1: Skica sistema žerjava na vozičku, z označenimi veličinami: F_p – potisna sila vozička, ψ – kot zasuka nihala, l – dolžina vrvice nihala, x – premik vozička, m_1 – masa vozička, m_2 – masa uteži nihala, v_1 – hitrost mase vozička, v_2 – hitrost mase uteži nihala, v_{2x} – x komponenta hitrosti mase uteži nihala, v_{2y} – y komponenta hitrosti mase uteži nihala .

Tabela 1 prikazuje izmerjene parametre žerjava na vozičku, kjer je r polmer valja škripca, l_{min} najmanjša dolžina vrvice, l_{max} največja dolžina vrvice, x_{max} največji možen premik vozička, m_t masa škripca m_1 masa vozička, m_2 masa uteži.

Tabela 1: Izmerjeni parametri žerjava na vozičku.

r	0,3183 m
l_{min}	0,22 m
l_{max}	0,72 m
x_{max}	1,5 m
m_t	0,2 kg
m_1	5,5 kg
m_2	0,143 kg

3 Izpeljava matematičnega modela

Matematični model žerjava na vozičku smo izpeljali po Lagrangeovi metodi [1, 2]. Zapis splošne definicije Lagrangeove parcialne diferencialne enačbe je:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_s}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_s} + \frac{\partial P}{\partial \dot{q}_s} = F_s, \tag{1}$$

kjer P predstavlja močnostno funkcijo:

$$P = \frac{1}{2} R \dot{q}_s{}^2 \,, \tag{2}$$

q_s je posplošena koordinata, okrog katere razvijemo model sistema in R je konstanta dušenja. L je Lagrangeova funkcija:

$$L = T_k - V_p, \tag{3}$$

pri čemer je T_k kinetična energija sistema, V_p potencialna energija sistema in F_s zunanje vzbujanje v smeri posplošene koordinate. Ko vstavimo v enačbo (3) izraze za kinetično in potencialno energijo dobimo Lagrangeovo funkcijo:

$$L = \frac{1}{2}\dot{x}^2(m_1+m_2) + \frac{1}{2}\dot{\psi}^2 l^2 m_2 + \frac{1}{2}\dot{l}^2 m_2 + \dot{x}\dot{l}m_2\sin(\psi) + \dot{x}\dot{\psi}lm_2\cos(\psi) + \frac{1}{2}J\left(\frac{\dot{l}^2}{r^2}\right) + m_2 gl\cos(\psi), \qquad (4)$$

kjer je J vztrajnostni moment škripca, r njegov polmer, g pa težnostni pospešek.

Na podlagi enačbe (1) smo zapisali parcialne diferencialne enačbe za vsako posplošeno koordinato. V našem primeru imamo tri posplošene koordinate, to so premik vozička x:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) + \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial \dot{x}} = F_p, \qquad (5)$$

odmik nihala ψ:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}}\right) + \frac{\partial L}{\partial \psi} + \frac{\partial P}{\partial \dot{\psi}} = 0 \qquad (6)$$

in dolžina vrvice l :

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{l}}\right) + \frac{\partial L}{\partial l} + \frac{\partial P}{\partial \dot{l}} = T \qquad (7)$$

Po vstavitvi Lagrangeove (3) ter močnostne funkcije P (2) v posamezno enačbo (5), (6) in (7) in odvajanju po posplošenih koordinatah dobimo diferencialne enačbe 2. reda za x:

$$\ddot{x} = (m_1+m_2)^{-1}\left[F_p - R_{tr}\dot{x} - \ddot{l}m_2 sin(\psi) - 2\psi lm2cos\psi - \psi lm2cos\psi + \psi 2lm2sin\psi\right., \qquad (8)$$

za ψ :

$$\ddot{\psi} = l^{-1}\left[-\ddot{x}cos(\psi) - gsin(\psi) - 2\dot{\psi}\dot{l} - R_{psi} * \dot{\psi}\right] \qquad (9)$$

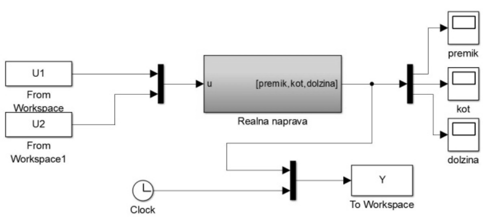
in l :

$$\ddot{l} = \left(m_2 + \frac{J}{r^2}\right)^{-1}\left[T - R_{trl}\dot{l} - \ddot{x}m_2 sin(\psi) + \dot{\psi}^2 lm_2 + m2gcos\psi\right. \qquad (10)$$

S tako zapisanimi enačbami smo dobili matematično predstavitev obravnavanega sistema.

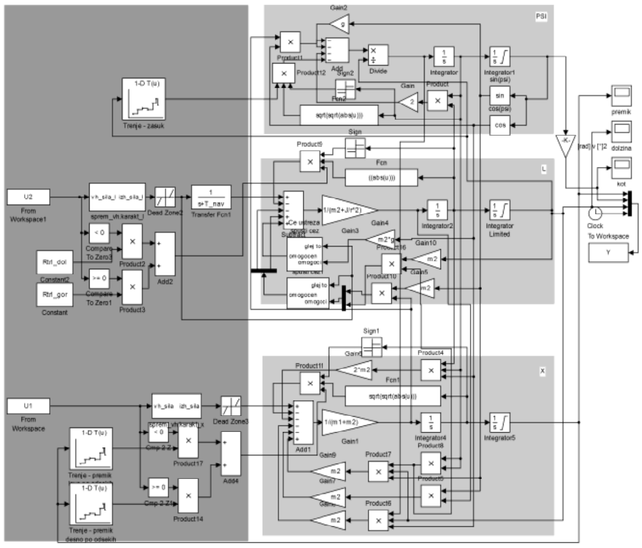
4 Simulacija in vrednotenje nelinearnega modela

Na realni napravi smo s pomočjo preskusne sheme (slika 2) posneli odzive na izbrane vhodne signale.



Slika 2: Simulacijska shema za preizkus realne naprave.

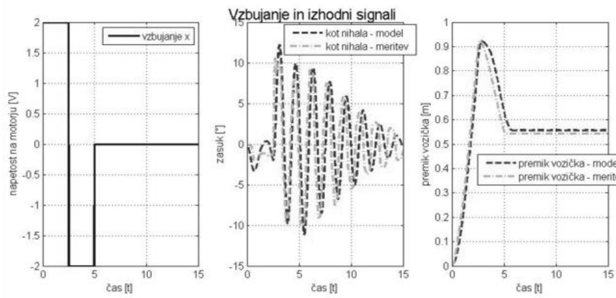
Dobljene izmerjene odzive smo uporabili za vrednotenje izpeljanega matematičnega modela sistema čigar simulacijsko shemo (slika 3) smo zgradili v programskem paketu Matlab - Simulink.



Slika 3: Simulacijska shema nelinearnega modela sistema žerjava na vozičku.

4.1 Nastavljanje parametrov nelinearnega modela

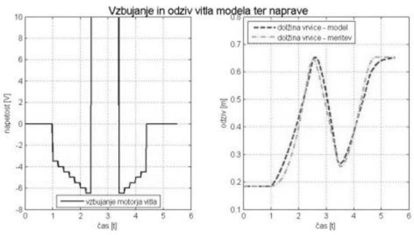
Realno napravo in nelinearni model smo vzbujali s signalom pozitivne in negativne stopnice (slika 4 levo) na vhodu motorja za premikanje vozička po tračnici. Slika 4 prikazuje primerjavo odzivov nelinearnega modela in realne naprave. Vidimo, da se v primeru realne naprave voziček ne vrne v začetno lego (srednji graf) na tračnici. Model naprave je bilo potrebno nastaviti, da smo s tem njegove odzive približali dejanskim. Ker se trenje vzdolž tračnice spreminja in je odvisno tudi od smeri vožnje vozička smo izvedli serijo meritev. Pri tem smo tračnico razdelili na odseke. Kot vhodni signal smo izbrali naraščajoči (premik v desno) ali padajoči (premik v levo) linearni signal z omejenim časom trajanja in določeno končno vrednostjo. Iz velikosti posameznega odseka smo določili trenje tračnice oziroma pomik, ki ga je opravil voziček ob danem vhodnem signalu. V model smo tako vključili dve vpogledni tabeli z vrednostjo trenja posameznega odseka ter mrtvo cono pri vhodni napetosti.



Slika 4: Vzbujalni vhodni signal za voziček (pozitivna in negativna stopnica amplitude 2 in -2 V) ter primerjava odzivov nelinearnega modela (črtkana črta) in realne naprave (črta pika črta) pri fiksni dolžini vrvice l=0.7m.

Za nastavitev faktorjev dušenja pri nihanju uteži smo posneli odzive nihanj pri začetnih odmikih iz ravnovesne lege za različne dolžine vrvice. Pri tem smo nastavljali faktor dušenja nihanja uteži za čim boljše ujemanje odziva nelinearnega modela z realnim odzivom. Faktor dušenja se veča ob manjšanju dolžine vrvice. Dobljene faktorje dušenja za različne dolžine smo zbrali v vpogledni tabeli. Zaradi ohlapa med vrvico in vodilom ter oviranja nihanja zaradi inkrementalnega kodirnika odzivov realne naprave ne moremo popisati brez določenih odstopanj (slika 4).

Pri spreminjanju dolžine vrvice smo za zagotovitev čim boljšega ujemanja odzivov modela in naprave glede na vhodno vzbujanje upoštevali različno mrtvo cono pri dviganju in spuščanju. Modelu smo pri vzbujanju vitla dodali tudi zakasnilni člen 1. reda. Slika 5 prikazuje vzbujalni vhodni signal ter spreminjanje dolžine vrvice v odvisnosti od vhodnega vzbujalnega signala. Ujemanje modela in naprave pri spreminjanju dolžine vrvice je zadovoljivo.



Slika 5: Spreminjanje dolžine vrvice (desno) glede na vzbujalni vhodni signal (levo) za realno napravo (črta pika črta) in nelinearni model (črtkana črta).

5 Vodenje žerjava po referenčni trajektoriji

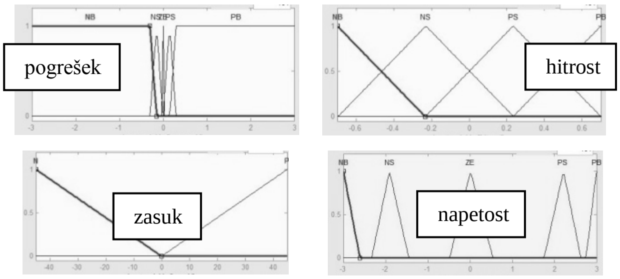
Vodenje žerjava z utežjo na vrvici po referenčni trajektoriji smo izvedli s pomočjo dveh mehkih regulatorjev. Z enim regulatorjem smo krmilili premik vozička, z drugim dolžino vrvice. Referenčno trajektorijo nam glede na trenutni položaj ter izbrani začetni in končni točki ustvari Matlabova funkcija.

Mehki regulator za premik ima tri vhodne in eno izhodno spremenljivko, regulator za dolžino vrvice pa dva vhoda in en izhod. Gre za Mamdanijev regulator s centroidnim ostrenjem. Tabela 2 prikazuje imena ter območja vrednosti vhodnih in izhodnih spremenljivk obeh mehkih regulatorjev.

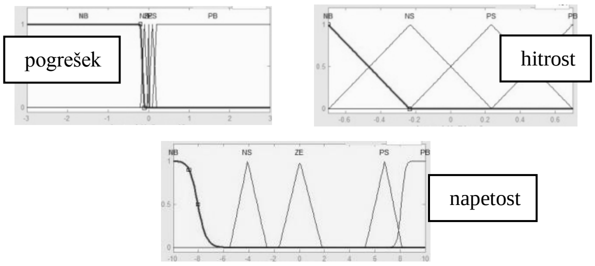
Tabela 2*:* Tabela vhodov in izhodov podsklopov mehkega regulatorja s spodnjimi in zgornjimi mejami.

regulator	spremenljivka	sp. meja	zg. meja	enota
premik - x	pogrešek - x	-3	3	[m]
	hitrost - $\dot{x}$	-0,7	0,7	[m/s]
	zasuk - ψ	-45	45	[°]
	napetost	-3	3	[V]
dolžina - l	pogrešek - l	-3	3	[m]
	hitrost - $\dot{l}$	-0,7	0,7	[m/s]
	napetost	-10	10	[V]

Pogreška obeh regulatorjev pred vstopom v mehki regulator normiramo na interval [-1,1]. S tem skušamo zagotoviti enakovredno odzivnost regulatorja med posameznimi referenčnimi odseki. Slika 6 prikazuje pripadnostne funkcije mehkega regulatorja za premik vozička. Slika 7 prikazuje pripadnostne funkcije mehkega regulatorja za dolžino vrvice. Pripadnostne funkcije za pogrešek so bolj skupaj za zagotovitev večje natančnosti pri dviganju in spuščanju uteži.



Slika 6: Pripadnostne funkcije vhodnih in izhodne spremenljivke mehkega regulatorja za premik vozička. Uporabljene so trapezne, trikotne in Gaussove pripadnostne funkcije.



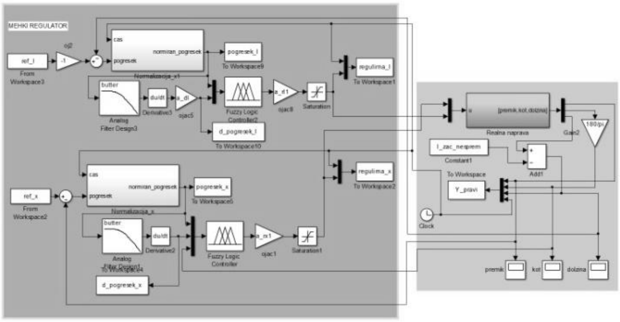
Slika 7: Pripadnostne funkcije vhodnih in izhodne spremenljivke mehkega regulatorja za pomik vitla. Uporabljene so trapezne, trikotne in Gaussove pripadnostne funkcije.

Povezovalni člen med vhodi in izhodi mehkih regulatorjev so pravila (slika 8). Pri obeh regulatorjih so uporabljena enaka pravila, le pri regulaciji dolžine vrvice ni pravil, ki upoštevajo kot zasuka. Prvih sedem pravil teži k izravnavi pogreška, ki se mu ustrezno priredi napetost na izhodu regulatorja. Pri regulaciji premika vozička pravili 8. in 9. ustavita voziček, če kot zasuka preseže dovoljeno vrednost.


1. If (pogresek is NB) then (napetost-v is NB) (1)
2. If (pogresek is PB) then (napetost-v is PB) (1)
3. If (pogresek is NS) then (napetost-v is NS) (1)
4. If (pogresek is PS) then (napetost-v is PS) (1)
5. If (pogresek is NS) and (hitrost is PB) then (napetost-v is NS) (1)
6. If (pogresek is PS) and (hitrost is NB) then (napetost-v is PS) (1)
7. If (pogresek is ZE) then (napetost-v is ZE) (1)
8. If (zasuk is N) then (napetost-v is ZE) (1)
9. If (zasuk is P) then (napetost-v is ZE) (1)

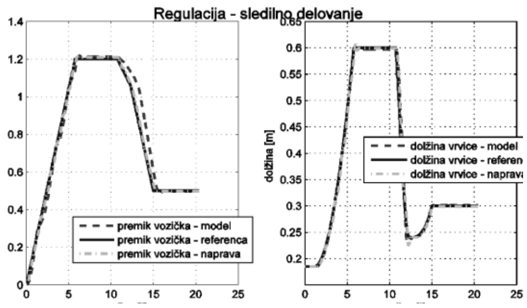
Slika 8: Pravila odločanja uporabljena pri obeh mehkih regulatorjih. Pri regulatorju vitla zadnjih dveh pravil ni.

Slika 9 prikazuje regulacijsko shemo obeh mehkih regulatorjev. Za tvorbo referenčnega signala smo si izbrali začetno točko T_1=[1.2,0.6] in končno točko T_2=[0.5,0.3], trenuten položaj vozička in uteži pa je bil T_z=[0,0.185];

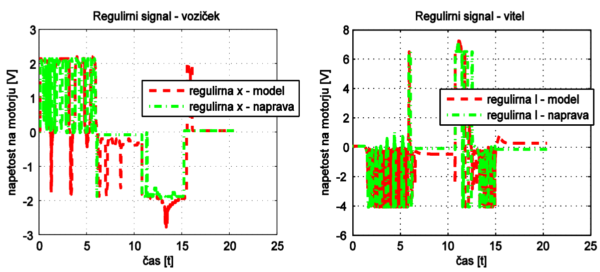


Slika 9: Shema realnega sistema z dvema mehkima regulatorjema. Krmilimo premik vozička ter dolžino vrvice. Za regulacijo nelinearnega modela naprave uporabimo enak regulator.

Žerjav se torej najprej pomakne v točko T_1, kjer "naloži" tovor in ga odpelje v točko T_2. Slika 10 prikazuje primerjavo med regulacijo na modelu (rdeča barva) ter na realni napravi (zelena barva). Opazimo dokaj dobro ujemanje odzivov modela in naprave. Slika 11 prikazuje regulirne signale za položaj vozička (levi graf) in dolžino vrvice (desni graf). S črtkano črto so označeni signali modela, s črtkano črto s pikami pa signali realne naprave.

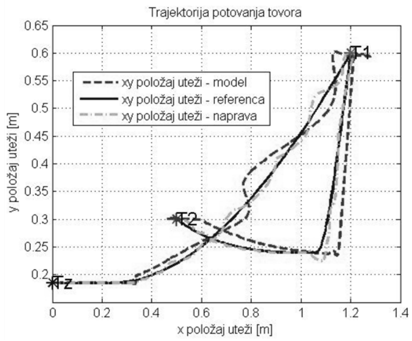


Slika 10: Prikaz referenčnih krivulj (polna črta) za premik (levo) in dolžino (desno) ter primerjava med regulacijo matematičnega modela (črtkana črta) in regulacijo na realni napravi (črtkana črta s pikami).



Slika 11: Prikaz regulirnih signalov za premik vozička (levi graf) in dolžino vrvice (desni graf). Črtkana črta predstavlja signale modela, črta pika črta pa signale naprave.

Opazimo podobno obnašanje modela in naprave, pri čemer sta aktuatorja realne naprave bolj obremenjena. Sledenje referenci za položaj vozička je v obeh primerih dobro, z manjšimi prenihaji na realni napravi, z določenim majhnim pogreškom v ustaljenem stanju. Sledenje dolžine vrvice referenčni dolžini je v obeh primerih dobro z minimalnimi prenihaji. Slika 12 prikazuje trajektorijo potovanja uteži iz točke T_z v T_1 in



Slika 12: Prikaz trajektorij potovanja tovora (polna črta - referenca, črtkana črta - model, črta pika črta - naprava) z izhodiščno točko T_z=[0,0.185] ter začetno točko T_1=[1.2,0.6] in končno točko T_2=[0.5,0.3].

T_2. Položaj uteži smo ocenili s pomočjo kotnih funkcij iz položaja vozička x, dolžine vrvice l ter kota zasuka ψ. Opazimo lahko, da je vodenje tovora po referenčni trajektoriji dobro.

6 Zaključek

V članku smo predstavili izpeljavo matematičnega modela žerjava na vozičku z uporabo Lagrangeove metode. Zaradi neidealnosti realne naprave, težav pri meritvah ter problema ponovljivosti eksperimentov se obnašanje izpeljanega nelinearnega modela ne sklada popolnoma z obnašanjem realne naprave. Odzive modela smo zato s pomočjo dopolnitev osnovnega modela in nastavljanja parametrov približali odzivom realnega sistema. Kot se je potrdilo pri validacijskih eksperimentih, razviti model dobro opisuje dinamiko realne naprave.

Načrtali smo mehki regulator za regulacijo položaja vozička in dolžine vrvice. Regulator za obe veličini uporablja enaka pravila, če izvzamemo pravili za kot zasuka. Upoštevanje kota zasuka nihala pripomore k zmanjšanju nihanj, oziroma omeji njihovo amplitudo. Z načrtanim mehkim regulatorjem na relativno preprost način dosežemo dobro sledenje referenci pri premiku tovora iz ene točke v drugo.

7 Seznam literature

[1] M. Atanasijevič Kunc, Metode modeliranja – Zapiski predavanj, Fakulteta za elektrotehniko v Ljubljani, Ljubljana 2013.

[2] M. Atanasijevič Kunc, Modeliranje procesov : zbirka primerov z ilustracijami v okolju Matlab-Simulink, Fakulteta za elektrotehniko v Ljubljani, Ljubljana 2008.

[3] Dokumentacija Amira PS600 V2.0; Laboratory Experiment Loading Bridge. Amira GmbH.