

Načrtovanje in analiza modificiranega robustnega notranjega kompenzatorja pozicionirnega sistema

Andrej Sarjaš¹, Rajko Svečko¹, Amor Chowdhury^{1,2}

¹UM-FERI, Smetanova ulica 17, 2000 Maribor

²Margento B.V., Crystal Tower, Orlyplein 10, 1043DP Amsterdam, Netherlands

andrej.sarjas@um.si

This article presents a modified robust internal compensator -RIC for a mechanical-positioning system. The proposed RIC structure ensures a higher level of stability margin and offers transparent selection of the controller's structure and feedback dynamic. The modified RIC controller design is divided into two main stages, where the first stage provides a design for the internal robust controller and the second a design for the external performance controller. The controller structure ensures a robust stability and performances property and good capability of low-frequency input and output disturbances suppression. The controller synthesis based on a pole-placement technique using optimization of the robust criteria based on even polynomials, and positive conditions. The solution to the problem is based on a multi-criterion optimization algorithm with a fixed order controller structure.

1 Uvod

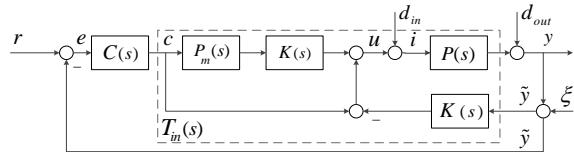
Sinteza visoko zmogljivih in robustnih pozicionirnih sistemov je zahteva mnogih industrijskih aplikacij. Veliko krat je le ta povezana s kompleksnimi strukturami vodenja in zahtevnejšimi načrtovalskimi optimizacijskimi pristopi. Načrtovanje takšnih sistemov pogosto vključuje arhitekture z dvema prostostnima stopnjama (2DOF) in več zančno strukturo [1]-[3]. En izmed poglavitnih problem zagotovitve učinkovitega in robustnega vodenja pozicionirnih sistemov je kompenzacija vpliva naključne vhodne motnje. Vhodno motnjo sistema najpogosteje obravnavamo, kot povratni vpliv bremena na elektro-mehanski sistem [2]. Takšna strategija vodenja pri pozicionirnih sistemih je pogosto poznana, kot vodenje z opazovalnikom motnje-OM (ang. DOB-disturbance observer), kjer osrednji problem načrtovanja ostaja direktna uporaba inverznega modela in sinteza Q-filtra [1]. Druga zelo znana in inovativnejša tehnika vodenja, je vodenje z notranjo robustno kompenzacijsko zanko (ang. RIC – robust internal loop compensator) [4],[5]. Pri slednji je pomembno poudariti, da je transparentnejša in omogoča bistveno višjo raven robustnosti stabilnosti, kot načrtovanje zaprto-zančnega sistema z DOB.

V članku bomo predstavili modificirano RIC strukturo, ki zagotavlja še višjo raven robustnosti in stabilizacije, kot klasična RIC struktura. Pomemben doprinos v smislu načrtovanja in arhitekture zaprto-zančnega sistema, je razklopitev notranje in zunanje

zanke. V tem primeru je možno sistem načrtovati ločeno začenši z notranjo zanko in vhodno motnjo ter nato nadaljevati z zunanjim zanko ter izhodno motnjo z upoštevanjem sposobnosti sledenja referenčnim vhodnim vrednostim. Sinteza regulatorjev sloni na tehniki pomikanja polov [6] in vrednotenju robustnosti preko kvazi-konveksnih spektralnih polinomov.

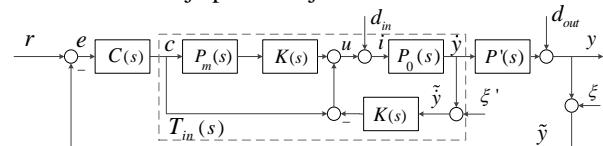
2 Modificiran RIC arhitektura

Klasična arhitektura RIC –a je prikazana na spodnji sliki, slika 1 .



Slika 1. Klasična RIC struktura

Kjer so; $K(s)$ -notranji regulator, $P(s)$ -model vodenje, $P_m(s)$ -referenčni model, $C(s)$ -zunanji regulator, r -referenčna vrednost, y -izhod sistema, d_{in} -vhodna motnja, d_{out} -izhodna motnja in ξ -šum. Za prenosne funkcije $K(s)$, $P_m(s)$, $C(s)$ velja, da so prave in stabilne. Referenčni model $P_m(s)$ predstavlja dinamiko notranje zanke in je prosta izbira načrtovalca. Modificirana struktura RIC-a je predstavljena na sliki 2.



Slika 2. Modificirana RIC struktura

Lastnosti prenosnih funkcij $K(s)$, $P(s)$, $P_m(s)$, $C(s)$ so enake, kot pri sistemu na sliki 1. Razlika med klasično in modificirano strukturo je v tem, da modificirana struktura za notranjo zanko uporablja faktorizirano obliko modela $P(s) = P_0(s)P'(s)$. Prenosna funkcija $P_0(s)$ je strogo prava in stabilna, pri čemer je $P'(s)$ strogo prava in mejno stabilna funkcija s polom v izhodišču s -ravnine. Prenosne funkcije so,

$$\begin{aligned} P_0(s) &= \frac{B_0(s)}{A_0(s)}, P'(s) = \frac{B'(s)}{A'(s)}, K(s) = \frac{L_K(s)}{R_K(s)}, \\ P_m(s) &= \frac{B_m(s)}{A_m(s)}, C(s) = \frac{L_C(s)}{R_C(s)}, F(s) = \frac{L_F(s)}{R_F(s)}. \end{aligned} \quad (1)$$

Zaprto-zančni polinom sistema na sliki 1 je,

$$1 + KP_0 P' + CP_0 P' + KCP_m P_0 P' = 0. \quad (2)$$

Zaprt-zančni polinom sistema na sliki 2 je,

$$1 + KP_0 + CP_0 P' + KCP_m P_0 P' = 0. \quad (3)$$

Iz analize karakterističnih polinomov (2),(3) in uporabo Nyquistovega kriterija stabilnosti, je moč dokazati, da sistem na sliki 2 zagotavlja višjo raven stabilnosti kot sistem na sliki 1. Pri tem predpostavimo, da so vse prenosne funkcije $K(s), P_m(s), C(s)$ enake in pripadajo \mathcal{RH}_∞ domeni ter velja omenjena faktorizacija $P(s) = P_0(s)P'(s)$. Kritično točko in razdaljo do Nyquistove krivulje v Nyquistovem diagramu lahko predstavimo kot,

$$\begin{aligned} KP_0 P' &> -1 - CP_0 P' - KCP_m P_0 P', \\ KP_0 &> -1 - CP_0 P' - KCP_m P_0 P'. \end{aligned} \quad (4)$$

Po izrazu (4) je moč zaključiti, da je za analizo relativne stabilnosti med sistemoma slika 1 in 2, potrebno analizirati občutljivostno funkcijo notranje zanke. Modificiran struktura zagotavlja višjo raven stabilnosti, če je izpolnjen pogoj,

$$\begin{aligned} \|KP_0 P'\|_\infty &> \|KP_0\|_\infty, \\ \|KP_0 P' (KP_0)^{-1}\|_\infty &> 1. \end{aligned} \quad (5)$$

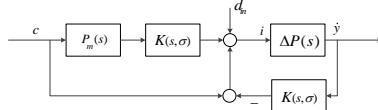
Iz tega sledni, da je pogoj (5) vedno izpolnjen, če faktoriziran sistem $P'(s)$ vsebuje pol v izhodišču s – ravnine.

3 Sinteza in analiza modificiranega RIC-a

Načrtovanje regulatorja je možno izvesti v dveh ločenih korakih, začenši z notranjo zanko. Kot smo že omenili, sinteza regulatorja bazira na tehniki pomikanja polov, ki omogoča transparentno parametrizacijo in izbiro strukture regulatorja.

3.1 Načrtovanje notranjega regulatorja K

Vzemimo strukturo notranje zanke sistema na sliki 2, kjer model vodenja obravnavamo z modelom $\Delta P = P_0(1 + \Delta W_M)$.



Slika 3. Struktura notranje zanke z odstopanjem modela $\Delta P(s)$ in regulatorjem K

Zaprt-zančna karakteristika notranje zanke z modelom odstopanja je enaka,

$$\begin{pmatrix} \tilde{y} \\ \tilde{i} \end{pmatrix} = (1 + KP_0(1 + \Delta W_M))^{-1} \begin{bmatrix} P_0(1 + \Delta W_M)(1 + KP_m) & P_0(1 + \Delta W_M) \\ 1 + KP_m & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} c \\ d_{in} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Za preglednejše načrtovanje učinkovitega zaprto-zančnega sistema vpeljemo parametrizacijo regulatorja. Parametrizacija služi izboljšanju sledenja nizko frekvenčnih referenčnih signalov na frekvenčnem

območju B ter odpravo nizko frekvenčnih vhodnih motenj d_{in} . Dober pokazatelj navedenega je nominalna občutljivostna funkcija $S_{in} = \frac{1}{1+KP_0}$, pri čemer velja pogoj,

$$\lim_{\omega \rightarrow B} |K(B)| \gg 1, \quad B = \{B \in \mathbb{R} \mid 0 < B \leq \omega_{low}\},$$

$$\lim_{\omega \rightarrow B} |S_{in}(\sigma, \omega)| = \lim_{\omega \rightarrow B} (|S_{in}(\omega)| \sqrt{\omega^2 + \sigma^2}),$$

$$\lim_{\omega \rightarrow B} |S(B)| \approx \sigma \Rightarrow |S(\sigma, B)| \approx 0.$$

Parametrizacija regulatorja je izvedena na način,

$$R_K(s) = R_K'(s) \prod_{k=1}^p (s + \sigma_k). \quad (7)$$

Rezultat sinteze regulatorja je rešitev polinomske enačbe s parametričnimi rešitvami σ ,

$$A_0(s)R_K'(s) \prod_{k=1}^p (s + \sigma_k) + B_0(s)L_K(s) = C_{in}(s), \quad (8)$$

$$A_0(s)R_K(s, \sigma) + B_0(s)L_K(s) = C_{in}(s).$$

Pogoj robustnosti notranje zanke je podan z naslednjim izrazom (9) [7],[8],

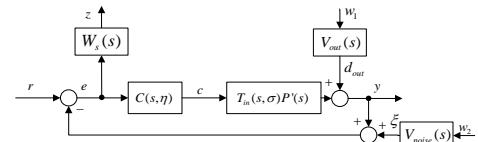
$$\left\| \Delta W_M \frac{K(\sigma)P_0}{1 + K(\sigma)P_0} \right\|_\infty < 1 \quad \forall |\Delta(\omega)| < 1 \quad \omega = \{\omega \in \mathbb{R} \mid 0 \leq \omega < \infty\}. \quad (9)$$

Pri čemer je njegov pripadajoči spektralni polinom enak [9],

$$\pi_M(\omega^2, \sigma) = C_{in} w_{aM}(\omega^2) - B_0 L_K w_{bM}(\omega^2, \sigma) > 0, \quad (10)$$

3.2 Načrtovanje regulatorja C

Po načrtanem regulatorju K je postopek načrtovanja in parametrizacija regulatorja C podobna, kot je opisano v poglavju 3.1. Parametrizacija regulatorja C ima podoben pomen, kot pri regulatorju K , le s to razliko, da sedaj opazujemo vpliv referenčnega signala r celotnega zaprto-zančnega sistema in vpliv izhodne motenje d_{out} . Slika 4. prikazuje strukturo zaprto-zančnega sistema zunanje zanke.



Slika 4. Struktura zunanje zanke z regulatorjem C

Zaprt-zančna karakteristika zunanje zanke je,

$$\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = (1 + C(\eta)T_{in}(\sigma)P')^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -C(\eta)T_{in}(\sigma)P' \\ W_s & -W_s & -W_s \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r \\ V_{out}w_1 \\ V_{noise}w_2 \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$T_{in}(\sigma) = \frac{P_0(1 + K(\sigma)P_m)}{1 + P_0K(\sigma)}$$

Prosti parameter η ima podobno lastnost, kot parameter σ pri regulatorju K . Utež W_s -predstavlja želen frekvenčni potek zunanje nominalne funkcije občutljivosti $S_{out} = \frac{1}{1 + CT_{in}P'}$, V_{out} -frekvenčni spekter

zunanje motnje d_{out} in V_{noise} -frekvenčni spekter šuma ξ . Karakteristični polinom zunanje zanke s parametriziranim regulatorja $C(\eta)$ je enak,

$$\Gamma(s)R_C(s)\prod_{k=1}^{\hat{p}}(s+\eta_k)+Y(s)L_C(s)=C_{out}(s). \quad (12)$$

Kjer je,

$$\begin{aligned}\Gamma(s) &= A'(s)A_m(s)(A_0(s)R_K(s)+B_0(s)L_K(s)), \\ Y(s) &= B_0(s)B'(s)(A_m(s)R_K(s)+B_m(s)L_K(s)).\end{aligned} \quad (13)$$

Robustnost sistema je podana s kriterijem [7],[8],

$$T_{zw}(\sigma, \eta) = W_s^{-1} \begin{bmatrix} (1+C(\eta)T_{in}(\sigma)P)^{-1} & (1+C(\eta)T_{in}(\sigma)P)^{-1} & (1+C(\eta)T_{in}(\sigma)P)^{-1} \\ V_{out} \\ V_{noise} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

Kjer velja pogoj,

$$\min_C \|T_{zw}\|_\infty = \gamma_{\min}. \quad (15)$$

Pripadajoč spektralni polinom je določen po izrazu (15),[9],

$$\begin{aligned}\pi_{w_1z}(\omega^2, \eta) &= w_{as}C_{out}(\omega^2) \\ &\quad - w_{bs}A_0A_mA'R_KR_C(\omega^2, \eta), \\ \pi_{w_2z}(\omega^2, \eta) &= w_{as}C_{out}v_{aout}(\omega^2) \\ &\quad - w_{bs}A_0A_mA'R_KR_Cv_{bout}(\omega^2, \eta), \\ \pi_{w_3z}(\omega^2, \eta) &= w_{as}C_{out}v_{anoise}(\omega^2) \\ &\quad - w_{bs}A_0A_mA'R_KR_Cv_{bnoise}(\omega^2, \eta), \\ \pi_{zw}(\omega^2, \eta) &= (\pi_{w_1z}(\omega^2, \eta)^2 + \pi_{w_2z}(\omega^2, \eta)^2 + \pi_{w_3z}(\omega^2, \eta)^2)^{\frac{1}{2}} > 0.\end{aligned} \quad (16)$$

Optimizacija spektralnih polinomov $\pi_M(\omega^2, \sigma)$, $\pi_{zw}(\omega^2, \eta)$ je bila izvedena s kriterijsko funkcijo,

$$f_K(\omega^2, \sigma) = \arg \max_{\sigma} \min_{\omega^2} (\pi_M(\omega^2, \sigma)). \quad (17)$$

za notranjo zanko in kriterijsko funkcijo,

$$f_C(\omega^2, \eta) = \arg \max_{\eta} \min_{\omega^2} (\pi_{zw}(\omega^2, \eta)), \quad (18)$$

za zunanjo zanko. Optimizacija je bila izvedena s hervistično optimizacijsko metodo – genetskim algoritmom [9]. Pomembno je poudariti, da zaprto-zančni karakteristični polinom izpoljuje pogoj pri čemer poljubna parametrična rešitev regulatorja ne vpliva direktno na rešljivost polinomske enačbe. Nominalna stabilnost zaprto-zančnega sistema je zagotovljena v začetku načrtovanja s primerno izbiro strukture polinoma. S parametričnimi rešitvami in parametrizacijo regulatorja vplivamo le na vrednost kriterijev robustnosti (9),(15) in s tem posledično na robustnost sistema.

4 Primer načrtovanja

Za načrtovanje sistema uporabimo nelinearni model elektro-mehanskega pozicionirnega sistema,

$$J\dot{\omega}_r = -sgn(\omega_r)(\bar{f}(\omega_r, \varphi) + B|\omega_r|) + D(i) + d_{in}, \quad (19)$$

$$\dot{\varphi} = \omega_r + d_{out},$$

$$D(i) = \begin{cases} k_p(i - m_f), & i \geq m_f \\ 0, & -m_f < i < m_f \\ k_p(i + m_f), & i \leq -m_f \end{cases}$$

Kjer so spremenljivke ω_r , i , φ , d_{in} , d_{out} , J , B , k_p , m_f , \bar{f} , kotna hitrost, kot, vhodna motnja, izhodna

motnja, vztrajnost, viskozno trenje, elektro-mehanska konstanta, mrtva cona in nelinearni koeficient trenja. Za sintezo uporabimo linearizirano prenosno funkcijo $P(s) = k_p(Js + B)^{-1}$, $P'(s) = 1/s$ [1]. Nelinearnosti in odstopanja modela so modelirane z utežjo ΔW_M . Izbrane uteži in referenčni model za sintezo regulatorja K in C so,

$$\begin{aligned}\Delta W_M(s) &= \frac{1.4 \times s^3 + 1.1 \times s^2 + 0.42 \times s + 0.052}{s^3 + 1.63 \times s^2 + 0.38 \times s + 0.089}, \\ W_s(s) &= \frac{2.1 \times s^2 + 0.46 \times s + 0.001}{s^2 + 3.98 \times s + 0.99}, \\ V_{out}(s) &= \frac{0.002 \times s + 0.0012}{s + 0.0014}, \quad V_{noise}(s) = \frac{2.9 \cdot 10^{-3} \times s + 1.2 \cdot 10^{-3}}{s + 1.001 \cdot 10^3}, \\ P_m(s) &= \frac{289.2}{s + 1.5}.\end{aligned}$$

Določeni kriteriji vodenja:

| | |
|-------------------------------|---------------------------------------|
| Čas postavitve | $t_s < 1.4s$ |
| Vrednost prenijaha | $M_{Pn} < 5\%$ |
| Natančnost vodenja | $e_{error} < 0.0015 rad$ |
| Frekvenčno področje reference | $B = [0 \div 1] \text{rad/s}$ |
| Vhodna motnja | $ 0.05 Nm, [0 \div 0.2] \text{rad/s}$ |
| Izhodna motnja | $ 0.5 rad, [0 \div 0.5] \text{rad/s}$ |
| Robustna stabilizacija | |

Glede na postavljenje kriterije vodenja izberemo strukturo regulatorja notranje in zunanje zanke K, C . Izbrani strukturi sta,

$$K(s, \tilde{r}_{k0}) = \frac{l_{k1}s + l_{k0}}{r_{k1}s + \tilde{r}_{k0}}, \quad C(s, \tilde{r}_{c0}) = \frac{l_{c4}s^4 + l_{c3}s^3 + l_{c2}s^2 + l_{c1}s + l_{c0}}{r_{c4}s^4 + r_{c3}s^3 + r_{c2}s^2 + r_{c1}s + \tilde{r}_{c0}}.$$

V tem primeru prosta parametra $\tilde{r}_{k0} = \sigma$ in $\tilde{r}_{c0} = \eta$ predstavlja parametrizacijo regulatorja K, C . Glede na izbrani strukturi regulatorjev K, C , izberemo zaprto-zančna karakteristična plinoma notranje in zunanje zanke. Izbrana polinoma sta,

$$\begin{aligned}C_{in}(s) &= s^2 + 1.9 \times s + 0.9, \\ C_{out}(s) &= s^8 + 19.91 \times s^7 + 270.7 \times s^6 + 1973 \times s^5 \\ &\quad + 7317 \times s^4 + 1.416 \cdot 10^4 \times s^3 + 1.444 \cdot 10^4 \times s^2 + 7283 \times s + 1416.\end{aligned}$$

Izračunana regulatorja K, C sta,

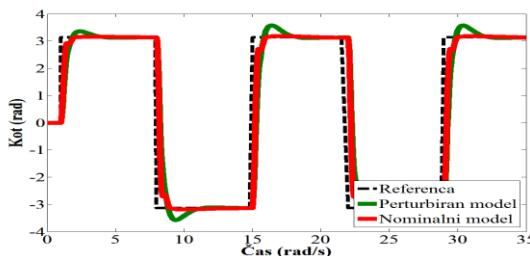
$$\begin{aligned}K(s) &= \frac{9.35 \cdot 10^{-3} \times s + 6.8 \cdot 10^{-3}}{s + 0.42 \cdot 10^{-3}}, \\ C(s) &= \frac{0.26 \times s^4 + 4.7 \times s^3 + 14.2 \times s^2 + 15.2 \times s + 5.4}{s^4 + 16.5 \times s^3 + 176.9 \times s^2 + 547.1 \times s + 242.5}.\end{aligned}$$

Vrednosti kriterijev robustnosti po končani optimizaciji:

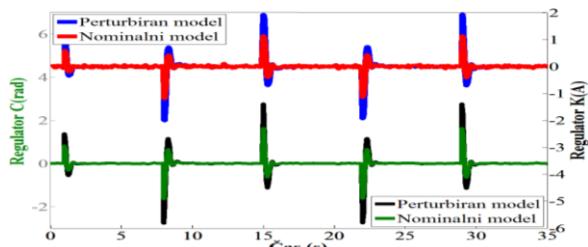
| Kriterij | $\ \cdot\ _\infty$ | vrednost |
|---------------------------------------|--------------------|----------|
| $\ T_{in}W_M\ _\infty$ | | 0.61 |
| $\ S_{out}W_s^{-1}\ _\infty$ | | 0.702 |
| $\ W_s^{-1}S_{out}W_{out}\ _\infty$ | | 0.23 |
| $\ W_s^{-1}S_{out}W_{noise}\ _\infty$ | | 0.3 |

Table 1. Kriteriji robustnosti

Slika 5. in 6. prikazujeta vodenje sistema na stopnični referenčni signal, kjer črna črta prikazuje vodenje nominalnega modela in siva vodenje nelinearnega modela.

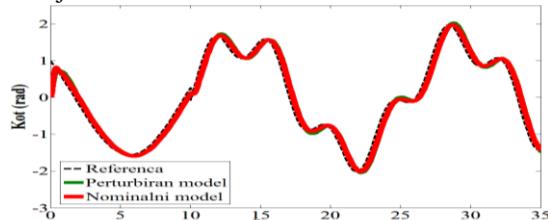


Slika 5. Vodenje sistema na stopnični referenčni signal



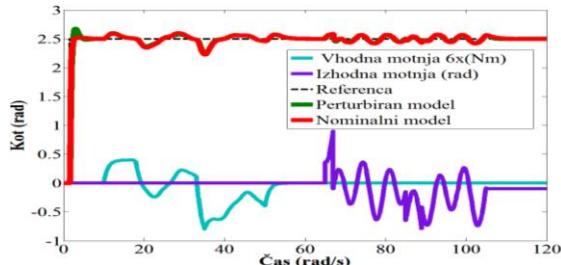
Slika 6. Izhoda regulatorja K, C pri vodenju na stopnični referenčni signal

Vodenje sistema na nizko frekvenčni vhodni signal prikazuje slika 7.



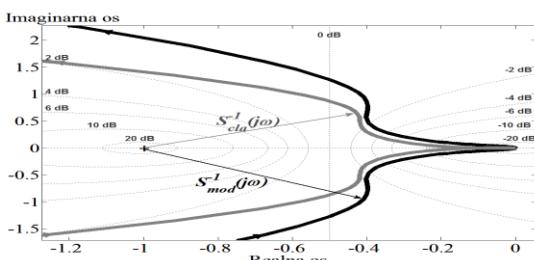
Slika 7. Vodenje sistema z nizko frekvenčnim referenčnim signalom

Odziv sistema na vhodno in izhodno motnjo prikazuje slika 8.



Slika 8. Odziva sistema na vhodno in izhodno motnjo

Primerjava relativne stabilnosti klasičnega in modificiranega RIC-a z regulatorjem K, C , prikazuje slika 8.



Slika 9. Nyquistova krivulja klasičnega in modificiranega RICa

Iz prikazanih rezultatov je moč razbrati, da načrtan sistem izpoljuje vse zahtevane kriterije vodenja, glede dinamičnih zahtev slike 5-7, kakor tudi kriterijev robustnosti tabela 1. Iz slike 8 je razvidno, da struktura z notranjim kompenzatorjem učinkovito odpravlja, vhodno motnjo, ki jo obravnavamo, kot povratni vpliv bremena na navor motorja. Prav tako lahko potrdimo, da sistem zadovoljivo odpravi izhodno motnjo, ki je pogosto posledica zdrsa vretena ali jermenice pri sistemih z ločenim merilnikom kota pogona.

5 Zaključek

Članek predstavlja načrtovanje robustnega notranjega kompenzatorja vhodne motnje za pozicionirne sisteme. Predstavljen sistem ima preprosto strukturo in nudi višjo stopnjo stabilnosti, kot klasična struktura RIC-a. Optimizacija robustnosti s spektralnimi polinomi in parametrizacijo regulatorja s strukturami, katerih vpliv je poznan tako na dinamične lastnosti, kakor tudi na frekvenčne lastnosti zaprte zanke, nudita široko možnost načrtovanja različnih zaprto-zančnih sistemov.

Literatura

- [1] Umeno T., Hori Y, "Robust speed control of DC servomotors using modern two degrees-of freedom controller design." *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, vol. 39, no. 5, pp: 363-368, 1991.
- [2] Ohnishi k., M. Shibata, and T. Murakami, "Motion control for advanced mechatronics." *IEEE/ASME Transactions on Mechatronic*, vol. 1, pp. 56–67, 1996.
- [3] Lee H. S., Tomizuka M., "Robust motion Controller Design for High Accuracy Positioning systems." *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, vol. 43, no. 1, pp. 48-55, 1996.
- [4] Kong K., Tomizuka M., "Nominal model manipulation for encancement of stability robustness for disturbance observer," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 11, no. 1, pp.12-20, 2013.
- [5] Choi Y., Yang K., Chung W. K., Kim H. R., Suh I. H., "On the Robustness and Performance of Disturbance Observers for Second-Order Systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, no. 2 , pp. 315- 320, 2003.
- [6] Bakka T., Karimi R. Z., "Robust H_∞ Dynamic Output Feedback Control Synthesis with Pole Placement Constraints for Offshore Wind Turbine Systems." *Mathematical Problems in Engineering*, doi:10.1155/2012/616507, 2012.
- [7] K. Zhou, J. C. Doyle, K. Glover, *Robust and Optimal Control*, Prentice-Hall, New Jersey, 1997.
- [8] Zhou L., She J., Min W., He Y., "Design of a robust observer-based modified repetitive-control system." *ISA Transactions*, vol. 52, no. 3, pp. 375-382, 2013.
- [9] Sarjas A., Svecko R., Chowdhury A., "An H_∞ optimal robust pole placement with fixed transparent controller structure on the basis of nonnegativity of spectral even polynomials," *Mathematical Problems in Engineering*, doi: 10.1155 /2012/735245, 2012.