

Dogodkovno proženje regulatorja drsnega režima pozicionirnega sistema

Andrej Sarjaš¹, Dušan Gleich¹

¹University of Maribor, Faculty of Electrical Engineering and Computer Science, Smetanova 17, 2000 Maribor, Slovenia

E-pošta: andrej.sarjas@um.si

Abstract. The paper describes an event-triggering control-ETC approach using Sliding mode controller-SMC for the positioning system. An event-triggering scheme with SMC ensures that the sliding variable remains bounded in the prescribed region, despite the presence of external disturbance. Furthermore, the sliding variable in the sliding phase remains confined in the vicinity of the sliding manifold. The prescribed region of the sliding variable depends on the selection of the triggering condition and tracking accuracy of the positioning system. The relation with triggering bound and minimal inter-event time is given. The efficiency of the proposed method ETC-SMC is confirmed with the results on the real positioning system.

1 Uvod

Vodenje po načinu drsnega režima (Sliding mode control-SMC) je učinkovit pristop, ki zagotavlja predpisane performance zaprto-zančnega sistema, kljub prisotnosti zunanjih motenj ali odstopanje sistema [1]. Glede na strukturo vodenja, je regulator drsnega režima preprost za implementacijo in ne zahteva veliko računskega časa. V sistemih realnega časa, so vsi regulatorji implementirani v diskretni obliki, ki rezultira hibridni sistem, kjer sta zvezni in diskretni sistem med seboj povezana. Najpogosteje uporabljena tehnika implementacije regulatorja je način časovnega proženja. Časovno proženje pomeni, da se izhod regulatorja posodablja v ekvidistančnih časovnih intervalih, kjer ta čas imenujemo čas tipanja. Takšen zaprto-zančni sistem je preprosteje načrtati ter analizirati, iz drugega vidika je manj ekonomičen in zahteva konstanten računski vir [2].

Dogodkovno proženje (Event-Triggering-ET) zaprto-zančnega sistema ponuja alternativo zgoraj opisanemu pristopu. Glede na časovno proženje sistema, se zaprto-zančni sistem posodablja le takrat, ko je to potrebno ter predpisano s pravilom proženja. Z drugimi besedami, se regulator posodablja le takrat, ko so stanja sistema izven predpisanega področja, kar pomeni, da se regulator več ne posodablja s konstantnim časom tipanja. Takšna implementacija zaprto-zančnega vodenja je učinkovitejša, napram klasični implementaciji ter zahteva manj računskih operacij krmilnega sistema. V tem primeru lahko krmilni sistem izvaja več operacij hkrati. Dogodkovno proženje je prav tako uporaben pristop zaprto-zančnega vodenja preko omrežja (Networked control system-NCS), kjer s prožilnim mehanizmom znižamo uporabo omrežja in tako

zmanjšamo pošiljanje podatkov, ki so potrebni za zanesljivo delovanje zaprto-zančnega sistema [3]-[6]. ET pristop lahko tudi uporabimo kot način, kako implementirati vodenja na sistem, kjer so zmogljivosti sistema omejene.

V predstavljenem prispevku bomo predstavili sintezo regulatorja po metodi drsnega načina, kjer bomo vpeljali tehniko ET-ja. Vpeljava ET-ja zahteva dodatno analizo stabilnosti drsne spremenljivke v času med proženjem ter stabilnost celotnega zaprto-zančnega sistema, glede na prag proženja [7]-[8]. Predstavljen pristop vpeljuje izbiro praga proženja ter posledično natančnost zaprto-zančnega sistema. Sinteza regulatorja je razdeljena na dva koraka. V prvem koraku načrtamo regulator po metodi drsnega režima, v drugem koraku vpeljemo tehniko ET-ja s pragom proženja, napako vodenja ter minimalnim operativnim časom med dvema proženjema. Minimalni operativni čas predstavlja najkrajši čas, ki je potrebne za posodobitev regulatorja. Rezultati vodenja so predstavljeni na realnem pozicionirnem sistemu z PMDC motorjem.

2 Regulator drsnega režima

Za sintezo regulatorja drsnega režima uporabimo model pozicionirnega sistema,

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -bx_2 + gv + d,\end{aligned}\quad (1)$$

kjer je x_1 - pozicija, x_2 - hitrost, v - vhod in d - motnja in negotovost sistema. Koeficienta modela b, g izpolnjujeta pogoj $0 < b, g < \infty$. Za namene sledenja referenčnih vrednosti, model (1) preoblikujemo na način, da uvedemo nove spremenljivke; $\xi_1 = x_d - x_1$, $\xi_2 = \dot{x}_d - x_2$. Spremenljivka x_d predstavlja želeno vrednost, \dot{x}_d pa njen odvod. Preoblikovan model,

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1 &= \xi_2 \\ \dot{\xi}_2 &= -b\xi_2 - gv - d + \ddot{x}_d + b\dot{x}_d,\end{aligned}\quad (2)$$

kjer je $\xi = [\xi_1, \xi_2]^T$. Za načrtovanje SMC vodenja izberemo $-d(t) + \ddot{x}_d(t) + b\dot{x}_d(t) = \tilde{d}(t)$, kjer velja, da je $\sup_{t \geq 0} |\tilde{d}(t)| \leq \Delta_d < \infty$. Izberemo spremenljivko drsnega režima,

$$\begin{aligned}s &= c\xi, \\ s &= c_1\xi_1 + \xi_2,\end{aligned}\quad (3)$$

kjer je $c = [c_1 \ 1]$, $c_1 > 0$. Odvod drsne spremenljivka (3) je,

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \dot{\xi}_2 + c_1 \dot{\xi}_1 = \\ &= (c_1 - b)\xi_2 - gv + \tilde{d} < 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Ob upoštevanju (4) in $\Delta_d < \infty$, določimo regulator drsnega režima,

$$v = g^{-1}((c_1 - b)\xi_2 + \rho \text{sign}(s)), \quad (5)$$

kjer je $\rho > \Delta_d$. Po načrtanem regulatorju drsnega režima vpeljemo ET-pristop, kjer upoštevamo zaprto-zančno strukturo podano (4),(5). Ker regulacijsko pravilo vsebuje nelinearni člen, je potrebno rešitev diferencialne enačbe (zaprto-zančni sistem) vrednotiti po načinu Filippov-a [1]-[2].

3 Dogodkovno proženje regulatorja drsnega režima

V tem poglavju bomo predstavili dogodkovno proženje regulatorja drsnega režima. Potrebno je omeniti, da diskretna implementacija SMC-ja ne more popolnoma doseči drsnega režima $s = 0$ in tudi ostati v drsni ravnini. Vzrok, da sistem ne doseže $s = 0$, je posodobitev regulatorja, kot posledica, kadar se drsna spremenljivka odmika drsni ravnini v drsnem režimu. Kot rezultat temu, dobimo kvazi-drsni režim pri čemer je drsna spremenljivka omejena $|s| \leq \Omega$, $\Omega \in \mathbb{R}_+ / \mathbb{R}_\infty$, kjer je Ω funkcija časa tipanja in motnje Δ_d . Nadalje se bomo omejili na dogodkovno proženje, kjer bo pas Ω predhodno določen, kot prožilni mehanizem in čas posodobitve regulatorja ne bo fiksno določen. Dogodkovni SMC regulator med dvema zaporednima posodobitvami določimo kot,

$$v(t) = g^{-1}((c_1 - b)\xi_2(t_n) + \rho \text{sign}(s(t_n))), \quad (7)$$

kjer je t_n čas zadnje posodobitve in t trenuten čas, pri čemer velja $t \in [t_n, t_{n+1})$.

Teorem 1: *Uporabimo model (2) ter spremenljivko drsnega režima (3). Izberemo $\beta \in (0, \infty)$ tako, da velja pogoj (8) za $t \geq 0$,*

$$\|(c_1 - b)\| \|e_2(t)\| < \beta. \quad (8)$$

Kvazi-drsni režim je dosežen, če je ojačenje regulatorja izpolnjuje pogoj,

$$\rho > \beta + \Delta_d. \quad (9)$$

Dokaz: Preden začnemo, vpeljemo nove spremenljivke $e_1(t) = \xi_1(t) - \xi_1(t_n)$, $e_2(t) = \xi_2(t) - \xi_2(t_n)$ in $e(t) = \xi(t) - \xi(t_n)$. Za test stabilnosti izberemo Ljapunovo funkcijo $V = \frac{1}{2}s^2$, za interval $t \in [t_n, t_{n+1})$, kjer je $n \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$. Odvod Ljapunove funkcije je,

$$\dot{V} = s\dot{s} = s((c_1 - b)\xi_2 - gv + \tilde{d}). \quad (10)$$

Vstavimo regulacijsko pravilo (7) in dobimo,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s((c_1 - b)\xi_2(t) - gv(t_n) + \tilde{d}(t)) \\ &= s((c_1 - b)\xi_2(t) - (c_1 - b)\xi_2(t_n) - \rho \text{sign}(s(t_n)) + \tilde{d}(t)) \\ &= s((c_1 - b)(\xi_2(t) - \xi_2(t_n)) - \rho \text{sign}(s(t_n)) + \tilde{d}(t)) \\ &\leq s(c_1 - b) \underbrace{(\xi_2(t) - \xi_2(t_n))}_{e_2(t)} - |s|\rho + |s|\Delta_d \\ &\leq s(c_1 - b)e_2(t) - |s|\rho + |s|\Delta_d \\ &\leq |s|\beta - |s|\rho + |s|\Delta_d \\ &\leq -|s|(\rho - \beta - \Delta_d) \\ &\leq -\psi|s|. \end{aligned}$$

Kjer je $\psi > 0$. Ob upoštevanju pogoja (9) ter predpostavki, da je $\text{sign}(s(t_n)) = \text{sign}(s(t))$, lahko sklepamo, da se drsna spremenljivka bliža $s = 0$. Zgoraj navedeno drži, če je v trenutku proženja $e_2(t_n) = e_2(t) = 0$. Drsna spremenljivka je omejena s pasom Ω , ki ga določimo kot,

$$\begin{aligned} |s(t) - s(t_n)| &= |c\xi(t) - c\xi(t_n)| = \|c\| \|e\| \\ &\leq \|c\| \|k\| \|e_2\| \\ &< k \frac{\|c\|}{\|(c_1 - b)\|} \beta = \tilde{k}\beta. \end{aligned} \quad (10)$$

Upoštevamo, da je $\|e_2\| \leq \|e\|$, kjer velja $k\|e_2\| = \|e\|$.

Parameter k je definiran kot, $k = \sqrt{1 + \frac{\|(c_1 - b)\|^2 \alpha^2}{\beta^2}}$, kjer je parameter α definirana, kot $\sup_{t \geq 0} |e_1(t)| \leq \alpha < \infty$. Pas drsne spremenljive je; $\Omega = \{\xi \in \mathbb{R}, |s| = |c\xi| < \tilde{k}\beta\}$. Pravilo proženja je določeno s pogojem (8),

$$\|e_2(t)\| > \beta \|(c_1 - b)\|^{-1}. \quad (11)$$

Po dokazu stabilnosti drsne spremenljivke je potrebno dokazati tudi stabilnost celotnega zaprto-zančnega sistema, glede na drsno spremenljivko s . Upoštevamo povezavo $\xi_2 = s - c_1 \xi_1$ ter vstavim v (2).

$$\dot{\xi}_1 = s - c_1 \xi_1 \quad (12)$$

Določimo funkcijo Ljapunova $V = \frac{1}{2}\xi_1^2$, kjer je odvod V enak,

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \xi_1 \dot{\xi}_1 \\ &= \xi_1 (s - c_1 \xi_1) \\ &= -c_1 \|\xi_1\| \left(\|\xi_1\| - \frac{1}{c_1} \|s\| \right).\end{aligned}$$

Ob upoštevanju pogoja (8), sistem je stabilen glede na spremenljivko ξ_1 , če je izpolnjeno $\|\xi_1\| - c_1^{-1} \|s\| > 0$. To pomeni, da je spremenljivka ξ_1 omejena s pogojem,

$$\|\xi_1\| < \frac{k\|c\|}{\|c_1\|(c_1 - b)} \beta. \quad (13)$$

4 Določitev dopustnih parametrov

Določitev dopustnih parametrov se nanaša na določitev vrednosti, ki so primerne za implementacijo dogodkovno proženega sistema. Iz prej navedenega, je smiselno upoštevati natančnost vodenja, ki je podana s pogojem (13). Iz pogoja (13) je razvidno, da natančnost zaprto-zančnega sistema povečujemo z izbiro višje dinamike drsne spremenljivke, kar pomeni, da povečujemo koeficient c_1 . Na drugi strani z določitvijo pasa proženja β znižujemo natančnost vodenja. Smiselno je določiti najkrajši čas proženja, ki ga sistem potrebuje za posodobitev regulacijskega pravila. Dogodkovno proženje namreč ni odvisno od časa tipanja, ampak od določenega praga proženja (8). Za določitev minimalnega časa proženja, bomo analizirali napako spremenljivk trenutne vrednosti ter vrednosti zadnjega časa proženja.

$$\frac{d}{dt} \|e(t)\| \leq \left\| \frac{d}{dt} e(t) \right\| = \left\| \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \xi_1(t) - \xi_1(t_n) \\ \xi_2(t) - \xi_2(t_n) \end{bmatrix} \right\| = \left\| \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \end{bmatrix} \right\| \quad (14)$$

V izrazu (14) upoštevamo, da je sprememba prejšnjega proženja $\xi(t_n) = 0$. V izraz (14) vstavimo (2) in (7).

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \|e(t)\| &\leq \left\| \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -b \end{bmatrix} \xi(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tilde{d}(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix} v(t_n) \right\| \\ &= \left\| \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -b \end{bmatrix} \xi(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tilde{d}(t) \right. \\ &\quad \left. - \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix} g^{-1} ((c_1 - b)\xi_2(t_n) + \rho \text{sign}(s(t_n))) \right\| \\ &= \left\| \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -c_1 \end{bmatrix}}_{A_c} \xi(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{B_d} \tilde{d}(t) - \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B_c} \rho \text{sign}(s(t_n)) \right\|.\end{aligned}$$

Diferencialna enačba je,

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \|e(t)\| &\leq \|A_c \xi(t) - B_c \rho \text{sign}(s(t_n)) + B_d \tilde{d}(t)\| \\ &= \|A_c (e(t) + \xi(t_n)) - B_c \rho \text{sign}(s(t_n)) + B_d \tilde{d}(t)\| \\ &\leq \|A_c\| \|e(t)\| + \|A_c\| \|\xi(t_n)\| + \|B_c\| \rho + \|B_d\| \Delta_d.\end{aligned}$$

Rešitev diferencialne enačbe z začetnim pogojem $e(0) = 0$ je enaka,

$$\|e(t)\| \leq \frac{\|A_c\| \|\xi(t_n)\| + \|B_c\| \rho + \|B_d\| \Delta_d}{\|A_c\|} \left(e^{\|A_c\| t} - 1 \right). \quad (15)$$

Iz pogoja je tako možno izraziti minimalni čas med dvema zaporednima posodobitvama regulatorja, kjer upoštevamo da je $t - t_n = \tau$. Minimalni čas posodobitve je,

$$\tau_{\min} \geq \frac{1}{\|A_c\|} \ln \left(\frac{k\beta \|A_c\|}{\|(c_1 - b)\| (\|A_c\| \|\xi(t_n)\| + \|B_c\| \rho + \|B_d\| \Delta_d)} + 1 \right). \quad (16)$$

Iz izraza (16) je razvidno, da je minimalni čas odvisen od izbire praga proženja β , maksimalne vrednosti odstopanja stanja $\xi_1 \rightarrow e_1$ podan s koeficientom α ter izbiro parametrov c_1 in ρ . Pri določitvi parametra c_1 je potrebno upoštevati pogoj $c_1 \neq b$.

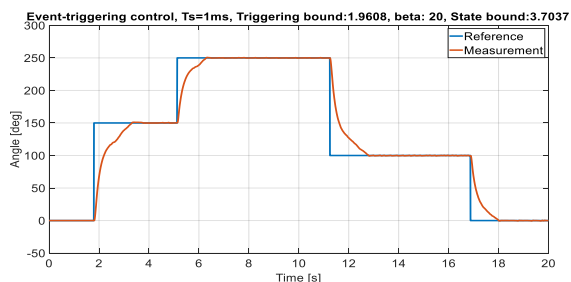
5 Rezultati

Za vodenje smo uporabili naslednje parameter modela ter regulatorja.

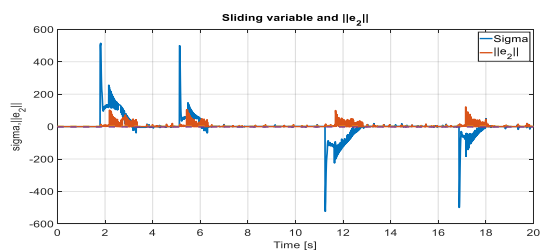
Tabel 1. Parametri modela ter regulatorja.

parametri	vrednost
b	3.3
g	0.897
Δ_d	7.7
c_1	12.4
ρ	22.5
β	20
α	11.5

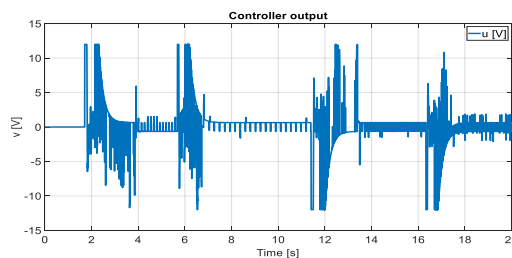
Preizkus vodenja smo izvedli na mikro-krmilniku družine STM ARM32F429 in motorju z napajalno napetostjo 12V ter maksimalnim tokom 3.5A. Preverjanje pogoja (8), se je izvajal v ciklu 1ms. Rezultati vodenja so prikazani na naslednjih slikah.



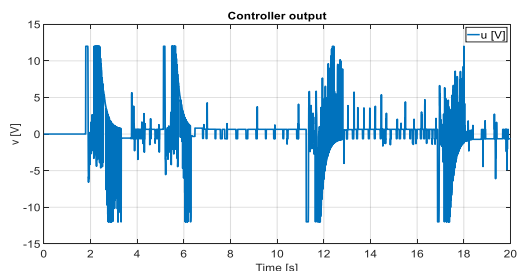
Slika 1: Vodenje pozicije v ET-SCM načinu.



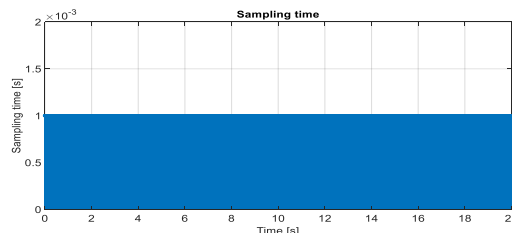
Slika 2: Drčna in prožilna spremenljivka v ET-SCM načinu.



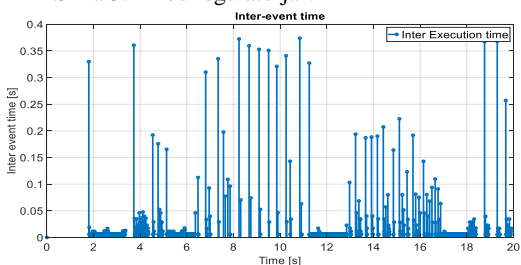
Slika 7: Izhod regulatorja s SMC regulatorjem.



Slika 3: Izhod regulatorja v ET-SCM načinu.

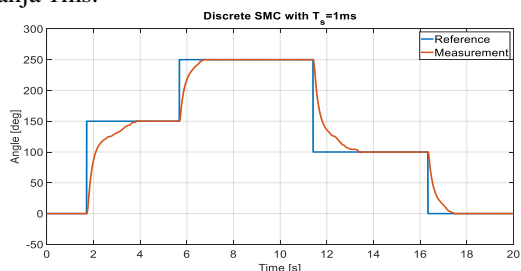


Slika 8: Čas tipanja.

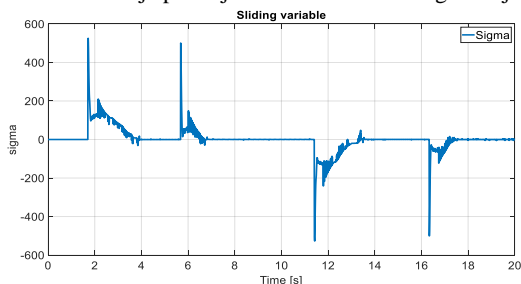


Slika 4: Čas posodabljanja regulatorja v ET-SCM načinu.

Primerjava SMC vodenja v klasičnem načinu s časom tipanja 1ms.



Slika 5: Vodenje pozicije s klasičnim SMC regulatorjem.



Slika 6: Drčna spremenljivka s klasičnim SMC regulatorjem.

6 Zaključek

V prispevku smo predstavili dogodkovno proženje regulatorja drsnega režim. Iz rezultatov je razvidno, da ET način potrebuje bistveno manj računskih kapacitet, kot klasična implementacija SMC vodenja, slika 4 in slika 8. Poudariti je potrebno, da sta odziva skoraj identična, vendar napaka vodenja je višja v ET načinu. Glede na predhodno določeno napako vodenja je možno izbrati pogoj proženja. Prav tako je možno določiti minimalni čas posodabljanj regulatorja (16) in na osnovi tega določiti prag proženja in ojačenje regulatorja.

Literatura

- [1] Utkin, V. I.: Sliding modes in control and optimization. New York: Springer-Verlag, 1992
- [2] Åström K. J., Event based control. In A. Astolfi and L. Marconi (Eds.), Analysis and design of nonlinear control systems (pp. 127–147). Berlin, Heidelberg: Springer, 2006
- [3] Heemels, W. P. M. H., Sandee, J. H., & Van Den Bosch, P. P. J., Analysis of event-driven controllers for linear systems. International Journal of Control, 81(4), 571–590. doi: 10.1080/00207170701506919, 2008
- [4] Behera, A. K., Bandyopadhyay, B.: Event-triggered sliding mode control for a class of nonlinear systems. International Journal of Control, 89(9), 1916–1931. doi: 10.1080/00207179.2016.1142617, 2016
- [5] Cucuzzella, M., Ferrara, A., Event-triggered second order sliding mode control of nonlinear uncertain systems. Proceedings of European control conference (pp. 295–300), Aalborg, Denmark, 2016
- [6] Cucuzzella, M., Ferrara, A.: Practical second order sliding modes in single-loop networked control of nonlinear systems. Automatica, 89, 235–240. doi: 10.1016/j.automatica.2017.11.034, 2018
- [7] M. Cucuzzella, G. P. Incremona, A. Ferrara: Event-triggered variable structure control, International Journal of Control, <https://doi.org/10.1080/00207179.2019.15759772019>, 2019
- [8] Furtat, I., Orlov, Y., Fradkov, A.: Finite-time sliding mode stabilization using dirty differentiation and disturbance compensation. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 29(3), 793–809. doi: 10.1002/rnc.4273, 2019