

# Modeliranje sinhronskega generatorja z metodo končnih elementov in določanje V-krivulj

Gal Štampihar, Roman Manko, Damijan Miljavec, Selma Čorović

Fakulteta za elektrotehniko Univerze v Ljubljani, Tržaška 25, Ljubljana, Slovenija  
E-pošta: selma.corovic@fe.uni-lj.si

## Modeling of synchronous generator based on finite element methods and calculation of V-curves

**Abstract.** The main objective of this study was to build a two-dimensional parametric numerical model of a three phase synchronous machine and to calculate its V-curves for the generator operational regime. The results are important for design and optimization as well as for performance validation and operational characteristics of electrically excited synchronous machines with salient rotor poles.

### 1 Uvod

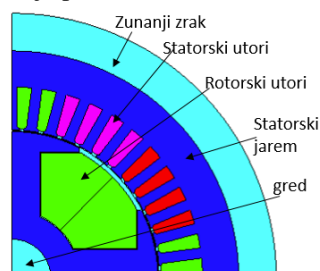
Sinhronski stroji se tako v generatorskem kot motorskem načinu delovanja uporabljajo v različnih sodobnih aplikacijah [1-3]. Učinkovito načrtovanje sinhronskih strojev zahteva dobro poznavanje vseh fizikalnih pojavov v stroju [1-3]. Glavni namen te študije je bil zgraditi parametrični dvodimenzionalni (2D) model električno vzbujanega trifaznega sinhronskega stroja z uporabo metode končnih elementov (ang. finite element method FEM), opraviti magnetno analizo stroja ter izračunati njegove V-krivulje v generatorskem načinu obratovanja. V-krivulje podajajo odvisnost statorskega bremenskega toka od rotorskega vzbujalnega toka pri konstantni napetosti in konstantni moči ter predstavljajo pomembno orodje za določanje potrebnih vzbujalnih tokov na rotorski strani za zahtevano obremenitev sinhronskega stroja oziroma zahtevani faktor moči pri konstantni napetosti in hitrosti vrtenja.

### 2 2D numerični model in V krivulje

Za razvoj parametričnega 2D FEM numeričnega modela sinhronskega generatorja smo uporabili programsko okolje Altair Flux. Geometrija je bila zgrajena v dveh dimenzijah, pri čemer je tretja dimenzija podana matematično kot globina modela. Gradnja geometrije je potekala v parametričnem režimu, ki je zahteval definicijo geometrijskih parametrov v obliki enačb za vsak geometrijski segment stroja. Tak način gradnje modela omogoča poljubno avtomatsko parametrizacijo geometrije in s tem hitro spreminjanje celotne geometrije stroja.

V tej študiji smo izbrali konfiguracijo štiri polnega sinhronskega stroja z izraženim in navitim rotorjem. Geometrija je prikazana na sliki 1, njene dimenzije pa v

Tabeli 1. Simetrija stroja omogoča redukcijo geometrije na četrtino, kot je prikazano na sliki 1.

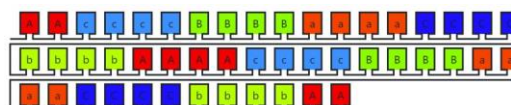


Slika 1. Geometrija 2D FEM modela sinhronskega stroja

Tabela 1. Geometrijski parametri modela

| Parameter                | (mm)   |
|--------------------------|--------|
| premer gredi             | 41     |
| premer rotorja           | 154    |
| širina zračne reže       | 0,825  |
| notranji premer statorja | 155,65 |
| zunanji premer statorja  | 252    |
| širina statorskega zoba  | 5,5    |
| višina statorskega jarma | 19,2   |
| višina statorskega utora | 22,85  |

Jedro rotorja in statorja je sestavljeno iz feromagnetnega materiala M270-35A. Gred je modelirana kot zrak, saj na ta način vidimo realno obremenitev rotorskega jarma. V realnosti pa je gred feromagnetna in dodatno magnetno razbremeni rotorski jarem. Zračna regija pa je definirana tudi v zračni reži in v okolici modela stroja (označeno s svetlo modro barvo na sliki 1). Zračna okolica omogoča vpogled v morebitna stresanja magnetnega polja kot posledico nasičenja statorskega jarma. Na zunanji obod okolice je definiran Dirichletov robni pogoj. Na statorju je 48 utorov, kjer je navito enoplastno štiripolno trifazno statorsko bakreno navitje [4] (slika 2). Prikazana navijalna shema definira kako si sledijo posamezne faze označene s črkami ter orientacije posamezne faze. Velika črka (A, B in C) na shemi pomeni pozitivno orientacijo in mala črka (a, b in c) pa negativno orientacijo navitja.



Slika 2. Navijalna shema statorskega navitja z 48 utori [4]

V 2D modelu (slika 1) je rotorsko vzbujalno navitje ločeno na pozitivno in negativno orientacijo navitja,

tako vzbujalni tok v simulaciji navidezno teče okrog rotorskega pola in zagotavlja magnetno vzbujalno napetost v obliki vzbujalnih amper-ovojev. Za določitev števila ovojev vzbujalnega navitja smo upoštevali priporočila iz literature: 1. v zračni reži smo želeli zagotoviti vrednost gostote magnetnega pretoka v bližini vrednosti  $B=1$  T, kar zagotavlja rotorsko vzbujalno navitje [1],[2] in 2. gostota toka vzbujalnega navitja  $J_{vzb,R}$  naj ne bi presegala  $5$  A/mm<sup>2</sup> [2], saj le-ta pogojuje sposobnost in način hlajenja stroja. Na podlagi poenostavljenega Amperovega zakona (1), kjer zanemarimo magnetno upornost rotorskega in statorskega feromagnetnega jedra smo najprej ocenili potrebno število vzbujalnih amper-ovojev rotorskega navitja [3]:

$$IN = \frac{B l_{zr}}{\mu_0} \quad (1)$$

kjer je  $I$  vrednost enosmernega toka vzbujalnega navitja rotorja,  $N$  število ovojev vzbujalnega navitja,  $B$  gostota magnetnega pretoka, ki ga ustvarja vzbujalno navitje,  $l_{zr}$  pa predstavlja širino zračne reže, katera prispeva največji delež k magnetni upornosti vzdolž poti magnetnih silnic in  $\mu_0=1, 257 \cdot 10^{-6}$  Vs/Am .

Na podlagi enačbe 1, mora rotorsko navitje zagotavljati 657 amper-ovojev, da v zračni reži zagotovimo gostoto magnetnega pretoka 1 T. Če upoštevamo maksimalno gostoto toka rotorskega navitja, lahko izračunamo minimalno število ovojev, ki so potrebni za doseg izračunanega vzbujanja. Površina polovice prikazanega preseka vzbujalnega navitja na sliki 1 znaša 1008 mm<sup>2</sup>. Za vzbujalno navitje je upoštevan faktor polnjenja  $k_{cu,R} = 0,4$ , tako znaša efektivni presek bakra v utoru  $A_{cu} = 403,2$  mm<sup>2</sup>. Glede na zgoraj omenjeno gostoto električnega toka in izračunano efektivno površino vzbujalnega navitja ugotovimo, da zlahka dosežemo zahtevane vzbujalne amper-ovoje ( $NI$ ) vzbujalnega navitja (maksimalen dovoljen tok skozi omenjeni presek, glede na geometrijske in električne zahteve dobimo z enačbo (3)). Vrednost  $NI=657$  amper-ovojev predstavlja izhodišče glede na omenjene zahteve za bolj natančno določanje števila ovojev v časovno odvisni analizi za zahtevano inducirano napetost in gostote  $B$ .

V okviru numeričnega modeliranja sinhronskega stroja smo opravili magneto-statično in časovno odvisno magnetno analizo. Namen statične magnetne analize je bil izračunati navor stroja z izraženimi poli v odvisnosti od kolesnega kota, ugotoviti prispevka reluktančnega in vzbujalnega navora k celotnemu navoru stroja (enačba (2)) ter določiti nazivno delovno točko stroja. Navor, ki je posledica vzbujanja na rotorju je vzbujalni navor. Navor, ki je posledica oblike oziroma izraženosti rotorja pa je reluktančni navor [1].

$$M(\delta) = \frac{m E_f U}{\omega X_d} \sin(\delta) + \frac{m U^2}{\omega 2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin(2\delta) \quad (2)$$

kjer je  $m$  število faz,  $\omega$  hitrost vrtenja rotorja,  $E_f$  fazna fiktivna inducirana napetost,  $U$  fazna napetost omrežja

(v našem primeru napetost na bremenu),  $\delta$  kolesni kot,  $X_q$  sinhronska reaktanca v prečni smeri in  $X_d$  sinhronska reaktanca v vzdolžni smeri stroja .

Vrednost nazivnega navora (tj, nazivno delovno točko) smo določili kot polovico vrednosti osnovnega harmonika celotnega navora, saj generator običajno obratuje v nazivnem obratovanju v področju med 30% in 50% pod mejo stabilnosti [1]. Nato smo določili še kolesni kot pri nazivnem navoru. Slednja podatka sta predstavljala vhod v časovno odvisno elektromagnetno analizo. Tabeli 2 povzema fizikalne robne parametre, ki smo jih upoštevali v modelu.

Tabela 2. Robni fizikalni pogoji modela stroja

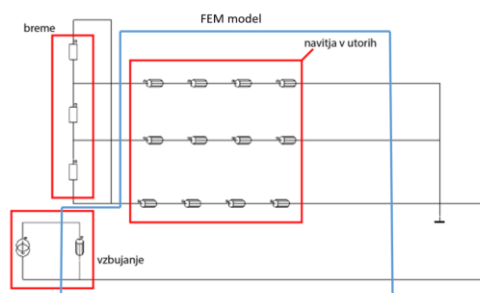
| Parameter                | vrednost             |
|--------------------------|----------------------|
| $U_{mf}$                 | 400 V                |
| $n_n$                    | 4000 vrt/min         |
| $J_r$                    | 5 A/mm <sup>2</sup>  |
| $J_s$                    | 10 A/mm <sup>2</sup> |
| $k_{cu,s}$ in $k_{cu,r}$ | 0,4                  |

Maksimalno vrednost toka  $I$  skozi rotorsko in statorska navitja, glede na podane omejitve z gostoto toka podaja enačba (3).

$$IN = J A k_{cu} \quad (3)$$

kjer je  $J$  gostota električnega toka,  $A$  površina utora v katerem je navitje z  $N$  ovoji in  $k_{cu}$  faktor polnjenja navitja znotraj površine  $A$ . V tabeli 2 sta podani tudi vrednosti gostote toka rotorskega in statorskega navitja [2]. V numeričnem modelu smo torej na podlagi enačbe (3) upoštevali primerno gostoto toka za statorsko navitje  $J_s$  in rotorsko navitje  $J_r$  (tabela 2). Pri izračunu vzbujalnih amper-ovojev skozi opazovano površino  $A$  moramo upoštevati še faktorja polnjenja rotorskega in statorskega navitja:  $k_{cu,r}$  in  $k_{cu,s}$ .

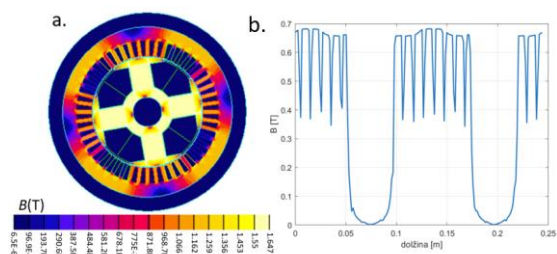
Po izvedeni magneto-statični analizi je sledila časovno odvisna magnetna analiza stroja na podlagi katere smo določili družino V-krivulj modeliranega stroja v generatorskem režimu. V-krivulje smo določili za različna obratovalna stanja: od prostega teka do obremenitve z različnimi karakterji bremen, kot so: čisto uporovno (slika 3), uporovno-induktivno za prevzbujen stroj in uporovno-kapacitivno za podvzbujen stroj.



Slika 3: Električno vezje sklopljeno z 2D FEM modelom

### 3 Rezultati in razprava

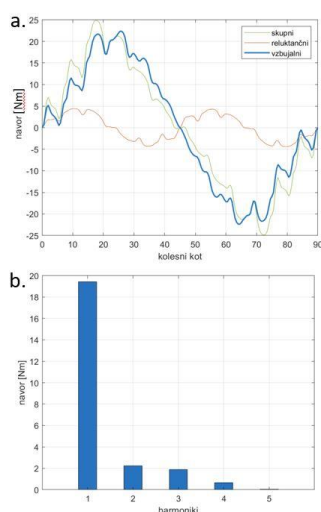
Za izbrano geometrijo stroja smo najprej opravili magneto-statično analizo stroja, ter izračunali porazdelitev gostote magnetnega pretoka v jedru (slika 4a) in zračni reži (slika 4b, v absolutni vrednosti). Za magnetno vzbujanje na rotorski strani smo uporabili že prej izračunane  $NI = 657$  amper-ovoje (1).



Slika 4: Porazdelitev  $B$  v: a. celotnem stroju in b. v absolutni vrednosti obodno vzdolž zračne reže stroja pri vzbujanju z  $NI=657$  amper-ovoji.

Statorski utori z navitji doprinesejo dodatne harmonske komponente v gostoti magnetnega pretoka v zračni reži (slika 4b). Zaradi izraženosti rotorja je  $B$  v  $q$  legi (v medpolovnem področju, kjer ima stroj veliko zračno režo) praktično nič.  $B$  v zračni reži je možno izboljšati (približati sinusni obliki) z optimizacijo polovega čevlja. Z optimizacijo in višjim rotorskim vzbujanjem pa bi lahko tudi  $B$  v zračni reži zvišali na 1 T [2]. Najvišja dosežena vrednost  $B$  v rotorju znaša 1,647 T (slika 4a), ki po priporočilih magnetne obremenitve pri načrtovanju standardiziranih sinhronskih strojev z izraženimi poli predstavlja zgornjo mejo vrednosti  $B$  [2].

Za nazivno vrednost navora smo s pomočjo magneto-statične analize določili kot polovično vrednost prvega harmonika (slika 5b), kar je 9,75 Nm (slika 5a) na krivulji skupnega navora [1]. Glede na karakteristiko navora v odvisnosti od kolesnega kota na sliki 5a obravnavani stroj to vrednost doseže pri kolesnem kotu  $7,5^\circ$ . Ta vrednost pa nam bo služila kot izhodišče pri časovno odvisni elektromagnetni analizi.



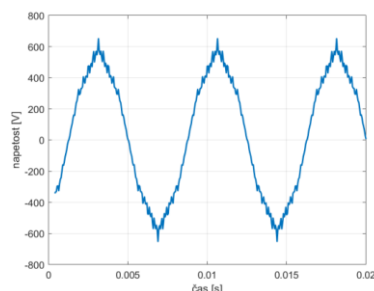
Slika 5. a. Skupni, reluktančni in vzbujalni navor in b. spekter prvih petih harmonskih komponent skupnega navora

#### 3.1 Prosti tek v časovno odvisni analizi

Kot cilj analize smo si zadali, da se mora na statorskih sponkah v generatorskem režimu inducirati medfazna napetost efektivne vrednosti 400 V, ki predstavlja vhodni parameter analize. Da to dosežemo moramo ob določenih vrtljajih rotorja zagotavljati primeren vzbujalni tok na rotorju.

V okviru magneto-statične analize smo določili vrednost rotorskega vzbujanja 657 amper-ovojev na podlagi literature in geometrijskih lastnosti obravnavanega stroja. Statorsko navitje je modelirano s štirimi tuljavami za vsako fazo, saj na vsako fazo odpadejo po štirje utori hkrati, kar je prikazano na sliki 2. Na sliki 3 je prikazano vezje s štirimi statorskimi tuljavami vsake faze. Vsaki tuljavi pa smo dodelili primerno število ovojev, ki zagotovijo, da se pri nazivni hitrosti (4000 vrt/min) med dvema fazama inducira nazivna napetost. Inducirana napetost v tuljavah je v splošnem odvisna od spremembe magnetnega pretoka po času; v primeru rotirajočega stroja z vzbujanjem na rotorju velikost inducirane napetosti določa hitrost vrtenja rotorja, gostota magnetnega pretoka (ki ga zagotavlja vzbujalno navitje na rotorju) in število ovojev tuljav statorskega navitja. Vsaki statorski tuljavi smo dodelili 6 ovojev, ki zagotovijo inducirano efektivno medfazno napetost 400 V pri vrtenju rotorja s 4000 vrt/min in vzbujanju rotorja s 440 amper-ovoji. Vzbujanje rotorja smo morali znižati s 657 amper-ovojev na 440, saj bi sicer inducirana napetost presegala nazivno. Lahko bi zmanjšali število ovojev statorskih tuljav na 5 ovojev, vendar bi v tem primeru morali povečati rotorsko vzbujanje nad 657 amper-ovojev, kar bi preseglo zastavljeno magnetno obremenitev stroja. V tem primeru gre za kompromis med rotorskim elektromagnetnim vzbujanjem in statorskimi ovoji, s ciljem, da pri načrtovanju jedro stroja čimbolj magnetno izkoristimo.

Slika 6 prikazuje potek inducirane medfazne napetosti generatorja v prostem teku pri nazivnih vrtljajih in rotorskim vzbujanjem 440 amper-ovojev.



Slika 6: Nazivna medfazna inducirana napetost v prostem teku

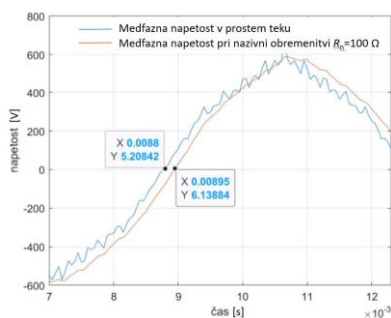
Potek inducirane napetosti (slika 6) je nekoliko popačen z višjimi harmonskimi komponentami zaradi oblike rotorja in statorja ter izbire navitja. Glede nazivnega vzbujalnega toka rotorskega navitja in števila ovojev statorskih tuljav v prostem teku lahko potrdimo, da je vrednost 440 amper-ovojev pravilna, saj dosežemo vrednost medfazne efektivne napetosti približno 400 V, kar ustreza amplitudni vrednosti 565 V.

### 3.2 Nazivna obremenitev v časovno odvisni analizi

Kot je v prejšnjem poglavju razloženo, smo na podlagi magneto-statične analize določili, da nazivna obremenitev stroja nastopi pri  $7,5^\circ$  kolesnega kota. V časovno odvisni analizi mora zato biti izračunana napetost na statorju pri nazivni obremenitvi fazno zamaknjena proti inducirani napetosti statorskega navitja v prostem teku za nazivni kolesni kot. Obremenitev v generatorskem režimu določamo s priključitvijo bremena na statorske sponke. Nazivni obremenitvi stroja z delovnim faktorjem  $\cos(\phi)=1$  ustreza upornost  $R_n=100 \Omega$  vezana v vezavi trikot statorskih faznih priključkov. Na sliki 7 je prikazana izračunana medfazna inducirana napetost v prostem teku stroja, torej ko ima stroj odprte sponke, in medfazna napetost pri nazivni vrednosti bremena, torej pri priključenem  $R_n=100 \Omega$  v vezavi trikot. Oblike napetosti (slika 7) sta nekoliko popačeni, predvsem napetosti v prostem teku, kar je (kot že prej omenjeno) posledica neidealne geometrije modela stroja. Na diagramu sta označeni točki obeh signalov pri enaki absolutni vrednosti, ki označujeta časa napetosti iz česar lahko izračunamo fazni zamik signala inducirane napetosti pri nazivni obremenitvi (enačba (4)). Upoštevamo, da je frekvenca signalov 133,33 Hz oziroma je njuna perioda 7,5 ms, saj se stroj vrti z nazivnimi vrtiljaji 4000 vrt/min.

$$\delta = \frac{t_1 - t_2}{T} 360^\circ = 7,2^\circ \quad (4)$$

Za nazivno vrednost obremenitve smo tako upoštevali  $R_n=100 \Omega$  v vezavi trikot, s katerim dosežemo zelen nazivni kolesni kot  $\delta$ .

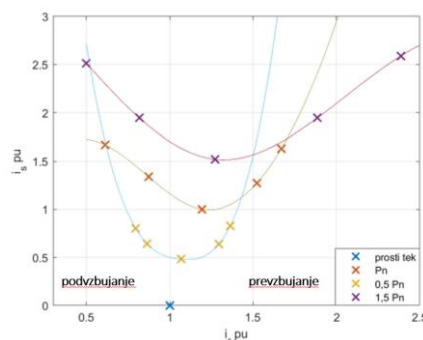


Slika 7: Potek medfaznih napetosti in določanje kolesnega kota pri nazivni ohmski obremenitvi stroja ( $R_n=100 \Omega$ )

### 3.3 V-krivulje

Za stroj smo izračunali tudi tako imenovane V-krivulje [1] upoštevajoč tudi točko v prostem teku in nazivno obremenitev. Na sliki 8 je izrisan diagram V-krivulj, na katerem je točka prostega teka in točke nazivne obremenitve ter obremenitve 0,5 kratnika in 1,5 kratnika nazivne obremenitve. Točke pri nad- in podvzbujenem stroju so izrisane še za  $\cos(\phi)=0,8$  in  $\cos(\phi)=0,6$  za uporovno-induktivno in uporovno-kapacitivno breme pri enaki delovni komponenti moči.

Na sliki 8 je prikazan diagram z interpolacijo točk, ki določajo družino V-krivulj sinhronskega stroja v generatorskem režimu. Diagram je izrisan v 'per unit' merilu, kar pomeni, da so absolutne vrednosti posameznih točk normirane na bazno vrednost. V tem primeru je bazna vrednost rotorskega vzbujanja 440 amper-ovojev, kar je vrednost rotorskega vzbujanja v prostem teku. Bazna vrednost statorskega toka pa znaša 6,61 A, kar predstavlja efektivno vrednost statorskega toka pri nazivni uporovni obremenitvi.



Slika 8: V-krivulje obravnavanega sinhronskega stroja v generatorskem režimu.

## 4 Zaključki

V tej študiji smo uspešno zgradili 2D numerični model štiripolnega električno vzbujanega trifaznega sinhronskega stroja na podlagi magneto-statične ter časovno odvisne analize sklopljene z zunanjim električnim vezjem rotorskega in statorskih navitij. Parametrično gradnjo geometrije smo zasnovali na podlagi matematično izpeljanih enačb, ki nam omogočajo poljubno spreminjanje geometrije oziroma končne željene oblike stroja. Tako zgrajen model omogoča enostavnejšo vpeljavo in izvedbo optimizacijskih postopkov, ki jih bomo vključili pri nadaljnjem delu naših raziskav. Predstavljen parametrični model omogoča izračun in prikaz družine V-krivulj v generatorskem načinu delovanja, ki predstavlja pomembno orodje za določanje vrednosti vzbujalnega toka rotorskega navitja glede na zahtevano breme oziroma faktor moči pri konstantni napetosti in moči generatorja. Model z manjšimi prilagoditvami lahko uporabimo tudi za analizo, načrtovanje, optimizacijo in izračun V-krivulj sinhronskih strojev v motorskem režimu delovanja.

## Literatura

- [1] D. Miljavec and P. Jereb, Električni stroji: temeljna znanja. Fakulteta za elektrotehniko, 2019.
- [2] T. Jokinen, V. Hrabovcova, and J. Pyrhonen, Design of rotating electrical machines. John Wiley & Sons, 2013.
- [3] H. Ehya; J. Faiz, Electromagnetic Analysis and Condition Monitoring of Synchronous Generators, Wiley-IEEE Press, 2023, pp.9-54.
- [4] [www.emetor.com/windings](http://www.emetor.com/windings)