# Numerični model in optimizacija sferičnega magnetoreološkega aktuatorja

Jakob Vizjak, Marko Jesenik, Anton Hamler

Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Koroška cesta 46, 2000 Maribor, Slovenija E-pošta: jakob.vizjak1@um.si

 $\Gamma$ 

# Numerical model and optimization of a spherical magnetorheological actuator

Abstract. A model was built using Matlab and Simulia *Opera software. It consisted of a spherical rotor, a stator,* a layer of magnetorheological fluid between them, a disc, a couple of seals and a coil in the stator. Finite Element Method was used for the magnetostatic analysis of the model. The goal was to introduce a quick optimization process to optimize the actuator's radius for maximum torque and smallest size. For this, an objective function was constructed. Several models with different radius of the actuator were built. Using the Least Squares Method, an approximation polynomial was found for the objective function's value dependence on the actuator's radius. The minimum value of the approximation function corresponded with the optimal model. Two cases were considered. In the first, 11 models were built, and in the second, 6. The optimization was successful in both cases. The resulting optimized radius was similar in both cases, with the second case being significantly less timeconsuming (45,81% less).

# 1 Uvod

V elektromehanskih napravah se vse bolj uporabljajo tako imenovane pametne tekočine. Med te se uvrščajo magnetne tekočine [1], elektroreološke tekočine [2] in magnetoreološke (MR) tekočine [3], ki so predmet tega članka.

MR tekočine so zmes nosilne tekočine (običajno je to kakšno olje) in magnetnih delcev mikrometrskega velikostnega reda. Navadno so za boljšo stabilnost in redisperzibilnost dodani še aditivi. Glavna lastnost MR tekočine, je sprememba njenih reoloških lastnosti, ko je izpostavljena magnetnemu polju. Specifično gre za povečanje njene viskoznosti. Ta pojav je lahko tako intenziven, da se MR tekočina začne obnašati, kot viskoelastična trdnina. Pojav se pripiše formaciji verig magnetnih delcev v MR tekočini (slika 1). Te se formirajo v smeri silnic magnetnega polja in ovirajo prost tok tekočine.



Slika 1. Shema formacije verig v MR tekočini. a) magnetno polje ni prisotno, b) magnetno polje **H** usmerjeno v smeri puščice.

Obnašanje MR tekočine se opiše z uporabo modelov, ki opisujejo relacijo med strižno napetostjo in strižno hitrostjo. Zaradi enostavnosti modela in dovolj dobrega približka, se za elektromehanske aplikacije navadno uporabi Binghamov plastični model [4]–[6]. Model opiše naslednja enačba:

τ

$$= \tau_{\rm v} + \eta_{\rm B} \dot{\gamma} \tag{1}$$

Pri tem je  $\tau$  strižna napetost,  $\tau_y$  strižna napetost tečenja,  $\eta_B$  plastična viskoznost in  $\dot{\gamma}$  strižna hitrost. Strižna napetost tečenja prestavlja strižno napetost, pri kateri tekočina preide iz trdne faze v tekočo. Odvisna je od magnetnega polja.

MR tekočine se uporablja v raznih elektromehanskih napravah, kot so blažilniki, sklopke in zavore. Med aplikacije spada tudi uporaba v sferičnih aktuatorjih, kot sredstvo za zagotavljanje zavorne sile. Primeri sferičnih MR aktuatorjev se nahajajo v literaturi [4], [5], [7], [8]. Naš cilj je bil zgraditi numerični model sferičnega MR aktuatorja z uporabo metode končnih elementov in predstaviti proces hitre optimizacije na zgrajenem modelu. Končni namen aktuatorja je uporaba kot haptična naprava tipa krmilne palice, ki uporabniku zagotavlja povratno informacijo zavorne sile.

Optimizacija s tipičnimi pristopi, kot so evolucijski pristopi, je časovno zahteven problem, sploh v kombinaciji z metodo končnih elementov, saj je potrebno izdelati veliko število posameznih modelov. Zato je bil naš cilj uvesti nov tip optimizacije, ki omogoča hitrejše izračune.

# 2 Metode in materiali

# 2.1 Model aktuatorja

Model aktuatorja je bil sestavljen iz šestih delov: sferični rotor, stator, disk, dva tesnila, tuljava in MR tekočina.



Slika 2 prikazuje osnovni model aktuatorja z označenimi komponentami in dimenzijami aktuatorja.

Slika 2. Osnovni model aktuatorja z označenimi komponentami in dimenzijami. Pomen oznak:  $h_z$  – zgornji rob,  $h_s$  – spodnji rob,  $d_t$  – debelina tesnila,  $d_{MR}$  – debelina reže z MR tekočino,  $r_a$  – polmer aktuatorja,  $r_r$  – radij rotorja,  $d_d$  – debelina diska,  $r_{tn}$  – notranji polmer tuljave,  $r_{tz}$  – zunanji polmer tuljave in  $d_{st}$  – debelina statorja med tuljavo in robom.

Osnovne dimenzijske lastnosti modela so predstavljene v tabeli 1. Ostale dimenzije so bile parametrizirane z uporabo teh.

Tabela 1. Osnovne dimenzije modela aktuatorja.

Dimenzija	Oznaka	Vrednost
Polmer krogle	r <sub>r</sub>	20 mm
Debelina MR		
tekočine	$d_{\rm MR}$	1 mm
Debelina diska	$d_{ m d}$	5 mm
Debelina tesnila	$d_{t}$	2,5 mm
Zgornji rob	$h_{\pi}$	19 mm
Spodnji rob	$h_{s}$	19 mm
Polmer	5	
aktuatorja	r <sub>a</sub>	$40-45\ mm$

Za sestavo modela so bili uporabljeni naslednji materiali. Za stator in rotor je bilo uporabljeno nizkoogljično jeklo AISI 1020, za disk aluminij, za tesnilo PTFE in za MR tekočino komercialno dobavljiva MR tekočina Magnaflo<sup>+</sup>, podjetja Arus MR Tech. Materiali so zbrani v tabeli 2. Tuljava je bila definirana kot ne-mrežena tuljava.

Tabela 2. Materiali posameznih delov modela.

Del	Material
Stator	AISI 1020
Rotor	AISI 1020
Disk	Aluminij
Tesnilo	PTFE
MR tekočina	Magnaflo <sup>+</sup>

Za podatke jekla AISI 1020 so bile vzete meritve na vzorcu tega jekla. Njegovo magnetilno krivuljo prikazuje slika 3.



Slika 3. Magnetilna krivulja nizkoogljičnega jekla AISI 1020.

Magnetilna krivulja MR tekočine je bila vzeta iz tehničnega lista proizvajalca tekočine. Prikazuje jo slika 4.



Slika 4. Magnetilna krivulja MR tekočine Magnaflo<sup>+</sup> [9].

Aluminij in PTFE sta bila definirana kot linearna materiala, in sicer z relativno permeabilnostjo  $\mu_r = 1,000022$  za aluminij in  $\mu_r = 1$  za PTFE.

Glede na osnovne dimenzijske lastnosti modela je bil, s pomočjo programskih orodjih Matlab in Simulia Opera, parametriziran in sestavljen model aktuatorja. Za posamezne dele so bili definirani prej opisani materiali, tuljava pa je bila definirana kot ne-mrežen prevodnik, s konstantno gostoto toka *j*. Gostota toka je bila izbrana za maksimalno obremenitev aktuatorja pri j = 3,2 A/mm<sup>2</sup>. Izveden je bil magnetostatičen izračun, katerega rezultat so bile magnetne razmere znotraj aktuatorja. Iz postprocesorja je bila izvožena tabela odvisnosti magnetne poljske jakosti od sferičnih koordinat pri konstantnem *r*, ki je bil postavljen tik nad površino krogle rotorja.

#### 2.2 Izračun navora aktuatorja

Tabela odvisnosti magnetne poljske jakosti nad površino krogle je služila kot osnova za izračun dosegljivega zavornega navora aktuatorja. Računana sta bila dva navora, in sicer za vrtenje rotorja okoli z osi (navpična os) in okoli x in y osi (vodoravni osi). Koordinatni sistem, glede na aktuator, je predstavljen na sliki 5.



Slika 5. Koordinatni sistem, predstavljen glede na aktuator.

Za izračun navora se je izhajalo iz enačbe za navor:  

$$T = \int_{A} r\tau dA$$
(2)

kjer je r ročica,  $\tau$  strižna napetost in dA delček površine na krogli. Integriralo se je po površini stika krogle in MR tekočine, glede na sferične koordinate. Enačba (2) se pretvori v:

$$T = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \int_0^{2\pi} f(\vartheta, \varphi) \mathrm{d}\varphi \,\mathrm{d}\vartheta \tag{3}$$

Tukaj sta  $\vartheta_1$  in  $\vartheta_2$  kota pri stiku zgornjega tesnila in MR tekočine ter MR tekočine in spodnjega tesnila. Računana sta bila navora:

$$T_{\rm z} = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \int_0^{2\pi} f_{\rm z}(\vartheta,\varphi) \mathrm{d}\varphi \,\mathrm{d}\vartheta \tag{4}$$

$$T_{\rm xy} = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \int_0^{2\pi} f_{\rm xy}(\vartheta, \varphi) \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}\vartheta \tag{5}$$

Pri tem sta  $f_z$  in  $f_{xy}$  bili:

$$f_{z} = (r \sin \vartheta) \tau r^{2} \sin \vartheta \tag{6}$$

$$f_{xy} = (r\sqrt{\cos^2\vartheta} + \sin^2\vartheta\sin^2\varphi)\tau r^2\sin\vartheta \quad (7)$$

Za strižno napetost  $\tau$  je bil uporabljen prej opisan Binghamov model (enačba (1)). Ker so premiki rotorja pri uporabi aktuatorja počasni, torej  $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ , se je drugi člen zanemaril. Strižna napetost je tako odvisna samo od strižne napetosti tečenja:

$$\tau = \tau_{\rm y} \tag{8}$$

Odvisnost strižne napetosti tečenja od magnetnega polja je bila podana v tehničnem listu MR tekočine. Prikazana je na sliki 6.



Slika 6. Strižna napetost tečenja v odvisnosti magnetne poljske jakosti za MR tekočino Magnaflo<sup>+</sup> [9].

Ker so bili podatki magnetnih razmer v aktuatorju diskretni, je bil uporabljen numerični pristop k integraciji. Uporabljena je bila trapezna metoda integriranja, katere opis je v literaturi [10].

### 2.3 Optimizacija

Cilj je bil uvesti postopek optimizacije, ki je časovno hiter. Želja je bila optimizirati en parameter modela, in sicer radija aktuatorja, da je končni model tak, ki omogoča čim večji zaviralni navor pri čim manjši dimenziji. Najprej je bilo potrebno sestaviti ustrezno ciljno funkcijo. Ta je bila sestavljena iz dveh delov. Prvi del predstavlja optimizacijo za maksimalni navor, medtem ko drugi del predstavlja optimizacijo za minimalno velikost. Ciljna funkcija *OF* je bila naslednja:

$$DF = \frac{\omega_1}{2} \left( \frac{T_{\text{ref}} - T_z}{T_{\text{ref}}} + \frac{T_{\text{ref}} - T_{xy}}{T_{\text{ref}}} \right) + \omega_2 \frac{r_a - r_{\text{ref}}}{r_{\text{ref}}}$$
(9)

Kjer sta  $\omega_1$  in  $\omega_2$  uteži posameznih delov ( $\omega_1 + \omega_2 = 1$ ), njuni vrednosti pa sta  $\omega_1 = 0.6$  in  $\omega_2 = 0.4$  (prednost je bila dana čim višjemu navoru). Vrednosti  $T_{ref} = 3$  Nm in  $r_{ref} = 40$  mm sta določeni referenčni vrednosti za normalizacijo ciljne funkcije. Minimum ciljne funkcije sovpada z optimalnim modelom aktuatorja.

Sestavljenih je bilo več modelov pri različnih vrednostih  $r_a$ . Poiskana je bila aproksimacijska funkcija  $OF(r_a)$ . Za aproksimacijo je bila uporabljena metoda najmanjših kvadratov, kjer je rezultat aproksimacijski polinom m-tega reda:

 $P_{\rm m}(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{\rm m} x^{\rm m}$ (10) Uporabljena je bila stopnja polinoma m = 3.

Za določitev optimiziranega modela aktuatorja se je poiskal minimum aproksimacijskega polinoma in se kot rezultat upoštevala pripadajoča vrednost  $r_a$ .

# 3 Rezultati

Izvedena je bila optimizacija radija sferičnega MR aktuatorja. Najprej, je bilo sestavljenih več modelov za radije aktuatorja  $r_a \mod 40 \text{ mm}$  in 45 mm po koraku 0,5 mm (primer a)). Kasneje je bil, za dodatno pospešitev optimizacije, postopek ponovljen za korak 1 mm (primer b)).V primeru a) je bilo sestavljenih 11 modelov in v primeru b) 6 modelov. V nadaljevanju so prikazani rezultati optimizacije modela z analizo njene časovne zahtevnosti.

Odvisnost OF od  $r_a$  za primera a) in b) ter njune aproksimacijske funkcije prikazuje slika 7.

Rezultat optimizacije je predstavljal radij aktuatorja, ki ga je dal minimum aproksimacijske funkcije. V primeru a) je bil  $r_a = 40,7994 \text{ mm } (OF = 0,0249)$  in v primeru b)  $r_a = 40,7557 \text{ mm } (OF = 0,0249)$ . Razlika med rezultatoma je 0,0437 mm, kar je 0.1% glede na referenčno vrednost radija  $r_{ref}$ .



Slika 7. Odvisnost ciljne funkcije od radija aktuatorja za oba primera.

Z uporabo vrednosti radija aktuatorja, ki sta jih dala aproksimacijski funkciji, sta bila v Operi sestavljena modela ter izračunani vrednosti ciljne funkcije po enačbi (9). V primeru radija iz primera a), je bil rezultat ciljne funkcije OF = 0,0245 in iz primera b) OF = 0,0247. Oba rezultata sta bila boljša od vrednosti, ki so bile dobljene pri prvotno sestavljenih modelih in predstavljata rezultat optimizacije.

Pomembni podatki računalnika, ki je bil uporabljen za sestavo modela, so bili naslednji: procesor – Intel Xeon W-2245 (3,90 GHz) in pomnilnik – 64 GB. V primeru a) je računalnik potreboval 2,27 ure za sestavo in analizo enajstih modelov, medtem ko je v primeru b) potreboval 1,23 ure za sestavo in analizo šestih modelov, kar je 45,81% manj od primera a). Čas iskanja aproksimacijske funkcije je bil zanemarljiv v primerjavi z grajenjem modelov.

# 4 Zaključek

Predstavljena je bila sestava modela sferičnega magnetoreološkega aktuatorja, z uporabo programskih orodji Matlab in Simulia Opera. Nad modelom je bila izvedena še optimizacija enega parametra za maksimizacijo navora in minimizacijo velikosti aktuatorja, s poudarkom na navoru (z ustrezno obtežitvijo ciljne funkcije).

Cilj je bil uvesti hiter postopek optimizacije, ki potrebuje čim manjše število sestavljenih modelov. Sestavljenih je bilo več modelov na območju  $r_a$  med 40 in 45 mm. Z uporabo metode najmanjših kvadratov, se je poiskal aproksimacijski polinom tretje stopnje. Ta je opisal odvisnost ciljne funkcije *OF* od radija aktuatorja  $r_a$ . Minimalna vrednost polinoma je predstavljala iskano rešitev optimizacije, to je optimalen radij aktuatorja. Optimizacija je bila uspešno izvedena v primeru a), z vrednostjo radija  $r_a = 40,7994$  mm. Za dodatno pospešitev optimizacije se je postopek ponovil pri večjem koraku  $r_a$  med posameznimi modeli (primer b)), s končnim rezultatom  $r_a = 40,7557$  mm, kar je sovpadalo z rezultatom iz primera a) (razlika manj kot 0,05 mm, kar je okoli 0,1%).

V primeru a) je bil čas trajanja optimizacije okoli 2,27 ure in v primeru b) okoli 1,23 ure, kar je bistveno izboljšanje časovne zahtevnosti.

V nadaljnjem delu je predvidena razširitev predstavljenega modela na problem optimizacije več parametrov ter primerjava časovne zahtevnosti z drugimi pristopi optimizacije.

# Literatura

- [1] J. Vizjak, M. Beković, M. Jesenik, in A. Hamler, "Development of a Magnetic Fluid Heating FEM Simulation Model with Coupled Steady State Magnetic and Transient Thermal Calculation", *Mathematics*, let. 9, št. 20, 2021, doi: 10.3390/math9202561.
- [2] N. M. Kuznetsov, V. V. Kovaleva, S. I. Belousov, in S. N. Chvalun, "Electrorheological fluids: from historical retrospective to recent trends", *Materials Today Chemistry*, let. 26, str. 101066, dec. 2022, doi: 10.1016/j.mtchem.2022.101066.
- [3] H. Eshgarf, A. Ahmadi Nadooshan, in A. Raisi, "An overview on properties and applications of magnetorheological fluids: Dampers, batteries, valves and brakes", *Journal of Energy Storage*, let. 50, str. 104648, jun. 2022, doi: 10.1016/j.est.2022.104648.
- [4] D. Senkal in H. Gurocak, "Spherical Brake with MR Fluid as Multi Degree of Freedom Actuator for Haptics", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, let. 20, št. 18, str. 2149–2160, dec. 2009, doi: 10.1177/1045389X09348925.
- [5] D. Chen, A. Song, L. Tian, Q. Ouyang, in P. Xiong, "Development of a Multidirectional Controlled Small-Scale Spherical MR Actuator for Haptic Applications", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, let. 24, št. 4, str. 1597–1607, avg. 2019, doi: 10.1109/TMECH.2019.2916099.
- [6] K. Karakoc, E. J. Park, in A. Suleman, "Design considerations for an automotive magnetorheological brake", *Mechatronics*, let. 18, st. 8, str. 434–447, okt. 2008, doi: 10.1016/j.mechatronics.2008.02.003.
- [7] G. Zhou in H. Gurocak, "Spherical Magnetorheological Brake with Optical Mouse Sensors", v 2021 9th International Conference on Control, Mechatronics and Automation (ICCMA), nov. 2021, str. 165–170. doi: 10.1109/ICCMA54375.2021.9646202.
- [8] M. Ghavghave in P. D. Darade, "Spherical Smart Brake for Multi-Degree of Freedom and Positional Stability", *Materials Today: Proceedings*, let. 4, str. 7793–7800, jan. 2017, doi: 10.1016/j.matpr.2017.07.114.
- [9] Arus MR Tech`, "MAGNAFLO". Pridobljeno: 21. marec 2023. [Na spletu]. Dostopno na: https://arusmrtech.com/wpcontent/uploads/2021/11/MAGNAFLO.pdf
- [10] M. Dhali, M. Hasan, A. Selim, in N. Barman, "Numerical Double Integration for Unequal Data Spaces", *International Journal of Mathematical Sciences and Computing*, let. 06, str. 24–29, dec. 2020, doi: 10.5815/ijmsc.2020.06.04.